Wahrscheinlichkeitsrechnung und Stochastische Prozesse WS 2019/2020

Institut für Diskrete Mathematik (5050), TU Graz

3. Übungsblatt (22. Oktober 2019)

Beispiel 8 **(2 Punkte)**

Bei einer Geburtstagsfeier sitzen zwölf Personen an einem runden Tisch. Die Sitzordnung wird zufällig ausgelost. Adam möchte gerne neben seiner Traumfrau Eva sitzen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieses Ereignis eintritt? Zeigen Sie außerdem, dass es für Adam besser wäre, wenn weniger Personen am Tisch sitzen.

Beispiel 9 **(2 Punkte)**

Ein Mathematiker hat seine geheimen Forschungen auf seinem Computer verschlüsselt gespeichert. Das Passwort hat er leider vergessen. Er erinnert sich nur noch daran, dass das Passwort eine fünfstellige Zahl ist, deren Ziffern Primzahlen sind. Außerdem weiß er noch, dass jede einstellige Primzahl mindestens einmal vorkommt. Wie viele Passwörter muss

(a) der Mathematiker im schlimmsten Fall ausprobieren?

(b) ein Hacker im besten (für den Hacker im schlechtesten) Fall versuchen, wenn er nur weiß, dass das Passwort eine fünfstellige Zahl ist?

Beispiel 10 **(je 2 Punkte für a + b und c + d)**

Die ÖVP bereitet sich auf Koalitionsverhandlungen vor. Dazu sollen 15 Personen auf drei gleich große Teams aufgeteilt werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür, wenn die Teams

(a) von eins bis drei nummeriert sind, also unterschieden werden?

(b) nicht unterschieden werden? (D.h. es macht keinen Unterschied, ob fünf gleiche Verhandler im ersten, zweiten oder dritten Team sind.)

Verhandelt wird (möglicherweise) mit den Grünen. Sie können allerdings nur zwölf Personen zur Verfügung stellen, die ebenfalls in drei gleich große Teams aufgeteilt werden. Wie viele verschiedene Verhandlungskonstellationen gibt es, wenn die Teams jeder Partei von eins bis drei nummeriert werden und

(c) nur die Teams mit den gleichen Nummern verhandeln?

(d) jeweils das erste Team mit dem zweiten oder dritten Team der anderen Partei verhandelt?

Beispiel 11 **(2 Punkte)**

Julia spielt Viererschnapsen. Dabei werden zwanzig Karten (Bube, Dame, König, Zehner und Ass in vier verschiedenen Farben) verwendet und jeder Spieler bekommt fünf Karten. Wie viele Möglichkeiten gibt es, ohne die Reihenfolge zu berücksichtigen, in der die Karten verteilt werden, sodass Julia

(a) nur Karten einer Farbe erhält?

(b) drei Asse und zwei zugehörige Zehner (gleiche Farbe wie eines der Asse) auf die Hand bekommt?

(c) mindestens einen Zwanziger (Dame + König einer Farbe) oder einen Vierziger (Dame + König in der Trumpffarbe) auf der Hand hat?

Hinweis: Achten Sie bei (c) auf den Fall, dass Julia zwei Zwanziger bzw. einen Zwanziger und einen Vierziger auf der Hand haben kann.

Beispiel 12 **(2 Punkte)**

Belegen Sie mit einem kombinatorischen Argument, dass die folgende Gleichung für alle $n, m \in \mathbb{N}$ und $r \in \{0, 1, \ldots, n+m\}$ richtig ist:

$$\binom{n+m}{r} = \sum_{i=0}^{r} \binom{n}{i} \binom{m}{r-i}.$$