

Beispiel 22 (Beispiel der Prüfung vom 18.10.2019, 2 Punkte)

Wir betrachten Urne A, die zwei weiße und eine schwarze Kugel enthält, und Urne B, in der zwei weiße Kugeln liegen. Folgendes dreistufiges Zufallsexperiment wird durchgeführt: Zuerst ziehen wir eine Kugel aus Urne A und legen sie in Urne B. Anschließend ziehen wir eine Kugel aus Urne B und legen sie in Urne A. Zu guter Letzt ziehen wir eine Kugel aus Urne A.

- Zeichnen Sie den Wahrscheinlichkeitsbaum zu diesem Zufallsexperiment.
- Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass wir im dritten Schritt eine schwarze Kugel ziehen?
- Angenommen wir haben beim letzten Schritt eine schwarze Kugel gezogen, wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im ersten Schritt eine weiße Kugel gezogen wurde?

Beispiel 23 (2 Punkte)

Ein Arbeitskreis zum Thema „Geschlechterdiskriminierung in den Naturwissenschaften“ enthält vier Physiker, sechs Physikerinnen und sechs Chemiker. Wie viele Chemikerinnen müssen dem Arbeitskreis angehören, damit der Beruf und das Geschlecht eines zufällig gewählten Mitglieds des Arbeitskreises voneinander unabhängig sind?

Beispiel 24 (3 Punkte)

Es seien A, B, C beliebige Ereignisse. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

- Wenn $\mathbb{P}(A) > 0$, dann gilt

$$\mathbb{P}(A \cap B \mid A) \geq \mathbb{P}(A \cap B \mid A \cup B).$$

- Wenn $\mathbb{P}(B) > 0$, $\mathbb{P}(B \cap C) > 0$ und $\mathbb{P}(B \cap C^c) > 0$, dann gilt

$$\mathbb{P}(A \mid B) = \mathbb{P}(A \mid B \cap C) \mathbb{P}(C \mid B) + \mathbb{P}(A \mid B \cap C^c) \mathbb{P}(C^c \mid B).$$

Beispiel 25 (2 Punkte)

Wir betrachten den Angriff mit der Streitaxt aus Beispiel 2f. Zur Erinnerung, zuerst wird ein zwanzigseitiger Würfel geworfen und nur wenn das Wurfresultat größer oder gleich 13 ist, wird Schaden verursacht, der durch den Wurf eines achtseitigen Würfels bestimmt wird. Der Schaden X ist eine Zufallsvariable. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion und die Verteilungsfunktion von X .

Beispiel 26 (2 Punkte)

Marko hat von zehn geschossenen Elfm Metern neun getroffen. Unter den Voraussetzungen, dass das Elfmeterschießen ein Zufallsexperiment ist und die Trefferquote aus den bisherigen zehn Elfm Metern bestimmt wird, betrachten wir die folgenden Zufallsvariablen:

- Marko will als Training fünf Elfm Meter schießen. Allerdings ärgert er sich zu sehr, wenn er einmal nicht trifft und bricht dann ab, anstatt alle fünf Elfm Meter zu schießen. X sei die Anzahl an Elfm Metern, die Marko schießt, und Y die Anzahl an Elfm Metern, die er trifft.
- Marko kann seinen Ärger doch überwinden und schießt alle fünf Elfm Meter, auch wenn er nicht immer trifft. Sei Z die Anzahl an getroffenen Elfm Metern.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktionen und die Verteilungsfunktionen von den Zufallsvariablen X, Y und Z .

Beispiel 27**(2 Punkte)**

Es sei ein Zufallsexperiment mit Erfolgswahrscheinlichkeit p gegeben, das so lange durchgeführt wird, bis entweder ein Erfolg eintritt oder n Misserfolge und X bezeichne dabei die Anzahl an Misserfolgen. Y bezeichne die Anzahl an Misserfolgen, wenn das Experiment genau n Mal durchgeführt wird, unabhängig davon ob ein Erfolg eintritt. Zeigen Sie

$$F_X(n-1) = F_Y(n-1).$$

Wie lässt sich diese Gleichung interpretieren?