

Beispiel 33 (2 Punkte)

Sei X eine diskrete Zufallsvariable die die Werte $-1, 0$ und 1 annehmen kann. Gegeben sei $\mathbb{P}[X = 1] = \mathbb{P}[X = -1] = p$ für ein $p \in (0, \frac{1}{2})$.

- (a) Berechnen Sie $\mathbb{P}[X = 0]$.
- (b) Bestimmen Sie die möglichen Werte der Konstanten $c > 0$, sodass $\mathbb{E}(c^X) = 1 + \frac{p}{2}$.

Beispiel 34 (2 Punkte)

Sei X eine stetige Zufallsvariable mit $\mathbb{P}[0 \leq X \leq c] = 1$ für ein $c > 0$. Zeigen Sie:

- (a) $\mathbb{E}(X) \leq c$ und $\mathbb{E}(X^2) \leq c\mathbb{E}(X)$.
- (b) $\text{Var}(X) \leq \frac{c^2}{4}$.

Hinweis für (b): Zeigen und verwenden Sie, dass die Funktion $f(x) = x(c - x)$ bei $x = \frac{c}{2}$ ein Maximum besitzt.

Beispiel 35 (2 Punkte)

Bei einem Händler, der seine Waren per Brief versendet, kommen in einem Jahr von 2000 Briefsendungen 25 nicht an. In einem ausgewählten Monat verschickt der Händler 150 Briefe. Sei X die Anzahl der Kunden, die in diesem Monat behaupten, keinen Brief bekommen zu haben.

- (a) Wie viele Beschwerden sind in diesem Monat zu erwarten und wie groß ist die Varianz von X ?
- (b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zumindest drei Briefe in diesem Monat nicht ankommen, durch
 - exakte Rechnung.
 - Approximation mit Hilfe der Binomialverteilung.

Beispiel 36 (2 Punkte)

Bei einer Warenlieferung sind im Schnitt 1% der Güter beschädigt. Sei X die Anzahl an beschädigten Gütern bei einer Warenlieferung mit siebzig Teilen.

- (a) Wie viele beschädigte Güter würde man erwarten und wie groß ist die Varianz von X ?
- (b) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass kein Gut beschädigt ist?
- (c) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zwei Güter beschädigt sind?
- (d) Bestimmen Sie k , sodass mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% nicht mehr als k Güter beschädigt sind.

Beispiel 37 (2 Punkte)

Bei einem Smartphone-Spiel können Spieler Monster beschwören. Für eine Beschwörung wird ein Ticket benötigt, das umgerechnet zwanzig Cent kostet. Mit 0.5% wird dabei ein besonderes Monster beschworen. Sei X der Betrag, der für Beschwörungen ausgegeben werden muss, bis das erste besondere Monster beschworen wird.

- (a) Wie hoch ist der zu erwartende Betrag und wie groß ist die Varianz von X ?
- (b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass nicht mehr als
 - hundert Beschwörungen durchgeführt werden müssen, um ein besonderes Monster zu erhalten.
 - zweihundert Beschwörungen durchgeführt werden müssen, um ein besonderes Monster zu erhalten, wenn die ersten hundert Beschwörungen erfolglos waren.