

Beispiel 11

Sei $Y = 2X + 1$, wobei X die stetige Zufallsvariable aus *Beispiel 10* ist. Bestimmen Sie

- (a) die Verteilungsfunktion von Y .
- (b) eine Dichtefunktion von Y .
- (c) die Erwartung und die Varianz von Y .

Zur Erinnerung, folgende Daten wurden für X ermittelt:

$$\mathbb{E}(X) = 0, \quad \text{Var}(X) = \frac{1}{2} \quad \text{und} \quad F_X(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x < -1, \\ \frac{1-x^2}{2} & \text{für } x \in [-1, 0), \\ \frac{1+x^2}{2} & \text{für } x \in [0, 1], \\ 1 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Beispiel 12

Sei X eine stetige Zufallsvariable mit $\mathbb{P}[0 \leq X \leq c] = 1$ für ein $c > 0$. Zeigen Sie:

- (a) $\mathbb{E}(X) \leq c$ und $\mathbb{E}(X^2) \leq c \mathbb{E}(X)$.
- (b) $\text{Var}(X) \leq \frac{c^2}{4}$.

Hinweis für (b): Zeigen und verwenden Sie, dass die Funktion $f(x) = x(c - x)$ bei $x = \frac{c}{2}$ ein globales Maximum besitzt.