**Wahrscheinlichkeitsrechnung und Stochastische Prozesse WS 2022/2023**

**Institut für Diskrete Mathematik (5050), TU Graz**

**Musterbeispiele Blatt 13 – 27. Jänner 2023**

---

**Beispiel 26**
Sei $(X_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ eine homogene Markovkette auf dem Zustandsraum $\mathcal{Z} = \{0,1,2,3,4\}$. Folgende Übergangswahrscheinlichkeiten sind bekannt:

$$\begin{aligned}
&p(0,1) = 0, \quad p(0,2) = 0, \quad p(0,3) = 0, \quad p(0,4) = 0,\\
&p(1,0) = \tfrac{1}{2}\,, \quad p(1,1) = \tfrac{1}{4}\,, \quad p(1,3) = 0, \quad p(1,4) = 0,\\
&p(2,3) = 1,\\
&p(3,0) = 0, \quad p(3,1) = 0, \quad p(3,2) = \tfrac{1}{2}\,, \quad p(3,4) = 0,\\
&p(4,2) = \tfrac{1}{4}\,, \quad p(4,3) = \tfrac{3}{4}\,.
\end{aligned}$$

(a) Bestimmen Sie die Übergangsmatrix und zeichnen Sie den Übergangsgraphen.

(b) Berechnen Sie $\mathbb{P}[X_9 = 0 \mid X_6 = 1]$.

(c) Bestimmen Sie absorbierende Zustände, den Rand der Markovkette und ihre inneren Zustände. Ist die Markovkette absorbierend?

(d) Ermitteln Sie für alle Zustände $i \in \{0,\dots,4\}$ die Absorptionswahrscheinlichkeiten $P_i(T)$ für $T = \{0\}$.

(e) Bestimmen Sie die Perioden der Zustände.

**Beispiel 27**
Wir betrachten die homogene Markovkette $(X_n)_{n\in\mathbb{N}_0}$ auf dem Zustandsraum $\mathcal{Z} = \{a,b,c\}$ mit der Übergangsmatrix

$$P = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{6} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Grenzverteilung der Markovkette und die erwarteten Rückkehrzeiten.