

5. Übungsblatt – 15. November 2022

Beispiel 20

(2 Punkte)

Wir haben eine Urne A mit vier blauen und einer weißen Kugel, eine Urne B mit zwei blauen und drei weißen Kugeln und einen fairen sechsseitigen Würfel. Mit diesen Voraussetzungen führen wir das folgende mehrstufige Experiment durch:

- i) Zuerst werfen wir den Würfel. Wenn das Wurfergebnis eine ungerade Zahl ist, wählen wir für den nächsten Schritt Urne A, ansonsten Urne B.
 - ii) Wir ziehen aus der gewählten Urne zwei Kugeln mit Zurücklegen, wobei wir nicht auf die Reihenfolge der gezogenen Kugeln achten.
- (a) Zeichnen Sie einen Wahrscheinlichkeitsbaum für das Zufallsexperiment.
 - (b) Sei $\Omega = \{BB, BW, WW\}$ die Ereignismenge des Experiments. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der Elementarereignisse.
 - (c) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine Sechse gewürfelt wurde, wenn zwei weiße Kugeln gezogen wurden.

Beispiel 21

(2 Punkte)

Ein Arbeitskreis zum Thema „Geschlechterdiskriminierung in den Naturwissenschaften“ enthält zehn Chemikerinnen, vier Chemiker, einige Physikerinnen und zwei Physiker. Wie viele Physikerinnen gehören dem Arbeitskreis an, wenn der Beruf und das Geschlecht eines zufällig gewählten Mitglieds des Arbeitskreises voneinander unabhängig sind?

Beispiel 22

(2 Punkte)

Wir haben eine Urne mit drei blauen und zwei roten Kugeln, eine faire Münze und einen fairen vierseitigen Würfel. Mit diesen Voraussetzungen führen wir das folgende mehrstufige Experiment durch:

- Zuerst ziehen wir eine Kugel aus der Urne.
- Wenn die Kugel blau ist, werfen wir den vierseitigen Würfel und notieren die geworfene Augenzahl.
- Wenn die Kugel rot ist, werfen wir dreimal die Münze und notieren die Anzahl an Würfeln, bei denen die Münze Kopf gezeigt hat.

Sei $X \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$ das Ergebnis des Experiments, wobei $X = i$ bedeutet, dass entweder i die Augenzahl des geworfenen Würfels ist, oder i Münzwürfe Kopf ergeben haben.

- (a) Zeichnen Sie einen Wahrscheinlichkeitsbaum für das Zufallsexperiment.
- (b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeits- und die Verteilungsfunktion von X .
- (c) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit, dass eine blaue Kugel gezogen wurde, wenn das Ereignis $[X = 4]$ eingetreten ist.
- (d) Berechnen Sie die Erwartung und die Varianz von X .

Beispiel 23

(2 Punkte)

Wir werfen elfmal eine gezinkte Münze, bei der Zahl viermal so wahrscheinlich wie Kopf ist. Sei X die Anzahl der Münzwürfe, die Zahl zeigen.

- (a) Finden Sie die Wahrscheinlichkeits- und die Verteilungsfunktion von X .
- (b) Berechnen Sie $\mathbb{P}[X > 10]$.
- (c) Wievielmals muss Zahl wahrscheinlicher als Kopf sein, damit wir mit mindestens 50% Wahrscheinlichkeit bei elf Münzwürfen keinmal Kopf erhalten?

Beispiel 24**(2 Punkte)**

Eine stetige Zufallsvariable X sei für ein $c \in \mathbb{R}$ gegeben durch ihre Dichtefunktion

$$f_X(x) = \begin{cases} x & \text{für } x \in [0, c], \\ 1/3 & \text{für } x \in (c, 3], \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimmen Sie die beiden möglichen Werte von c und berechnen Sie in Abhängigkeit von c

- (a) die Verteilungsfunktion $F_X(x)$ und stellen Sie f_X und F_X graphisch dar.
- (b) die Erwartung und die Varianz von X .
- (c) $\mathbb{P}[\frac{1}{2} < X \leq \frac{3}{2}]$.