(18) $\Omega = \{KKK, KZK, \overset{=|=}{ZKK}, KKZ, ZZK, KZZ, ZKZ, ZZZ\}$

a) $B = \{$ zweite + dritte Wurf gleich $\}$

$A = \{$ mindestens 2 mal Zahl $\}$

$$\mathbb{P}[A|B] = \frac{\mathbb{P}[2 \text{ mal Zahl} \cap B]}{\mathbb{P}[B]} + \frac{\mathbb{P}[3 \text{ mal Zahl} \cap B]}{\mathbb{P}[B]} =$$

$$= \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}} + \frac{\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

$\mathbb{P}[B] = \mathbb{P}[KKK + ZKK + ZZZ + KZZ\}.$

b) $$\mathbb{P}[\underbrace{2 \text{ mal hintereinander Kopf}}_{A} \mid \underbrace{\text{mindestens 1 Versuch} = \text{Zahl}}_{B}] =$$

$$= \frac{\mathbb{P}[A \cap B]}{\mathbb{P}[B]} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{7}{8}} = \frac{4}{7}$$

$\mathbb{P}[B] = 1 - \mathbb{P}[\text{nur Kopf}] = 1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

$\mathbb{P}[A] = \mathbb{P}[A \cap \Omega] = \mathbb{P}[A \cap (B \cup B^c)] = \mathbb{P}[A \cap B] + \mathbb{P}[A \cap B^c]$

$\Rightarrow \mathbb{P}[A \cap B] = \mathbb{P}[A] - \mathbb{P}[A \cap B^c]$

$\mathbb{P}[A] = \frac{3}{8}$; $\mathbb{P}[A \cap B^c] = \mathbb{P}[2 \text{ mal hintereinander Kopf} \cap \text{nur Kopf}] = \frac{1}{8}$

$\Rightarrow \mathbb{P}[A \cap B] = \frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{1}{4}$

---

(19) Münze 3 mal geworfen

$A = \{$ mindestens 1 mal Kopf $\}$; $\mathbb{P}[A] = \frac{7}{8}$

$B = \{2. \text{ Wurf} = Z\}$; $\mathbb{P}[B] = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

$C = \{$ midestens 1 mal Zahl und 1 mal Kopf $\}$; $\mathbb{P}[C] = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$A \cap B = \{KZK,\ KZZ^{=2=},\ KZK\}$; $\mathbb{P}[A \cap B] = \frac{3}{8}$

$A \cap C = C \Rightarrow \mathbb{P}[A \cap C] = \mathbb{P}[C] = \frac{3}{4}$

$B \cap C = \{KZZ,\ KZK,\ ZZK\}$; $\mathbb{P}[B \cap C] = \frac{3}{8}$

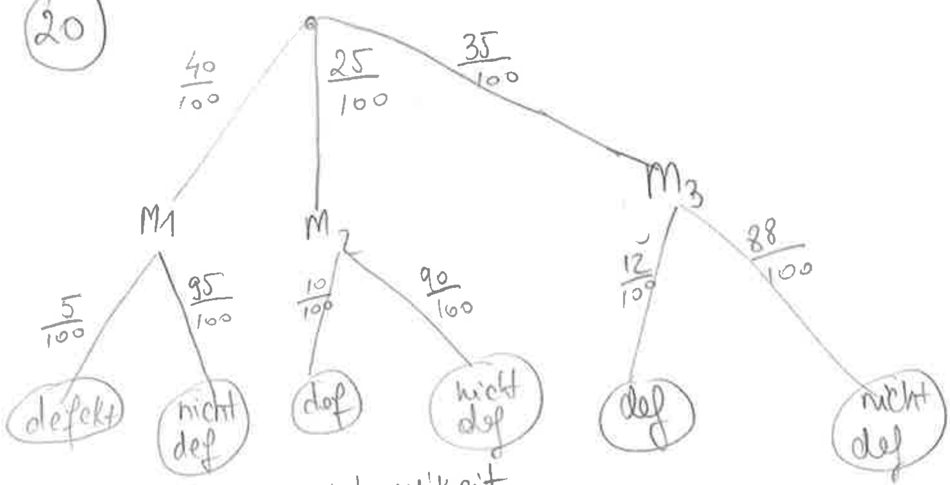
$$\left.\begin{array}{l} \mathbb{P}[A] \cdot \mathbb{P}[B] = \frac{7}{8} \cdot \frac{1}{2} = \frac{7}{16} \\ \mathbb{P}[A \cap B] = \frac{3}{8} \end{array}\right\} \Rightarrow A \text{ und } B \text{ abhängig}$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathbb{P}[B] \cdot \mathbb{P}[C] = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{8} \\ \mathbb{P}[B \cap C] = \frac{3}{8} \end{array}\right\} \Rightarrow B \text{ und } C \text{ sind unabhängig.}$$

$$\left.\begin{array}{l} \mathbb{P}[A] \cdot \mathbb{P}[C] = \frac{7}{8} \cdot \frac{3}{4} = \frac{21}{32} \\ \mathbb{P}[A \cap C] = \frac{3}{4} \end{array}\right\} \Rightarrow A \text{ und } B \text{ nicht unabhängig.}$$

(*) A, B, C nicht vollständig unabhängig.

20



Totale W'keit

a) $\mathbb{P}[\text{defekt}] = \mathbb{P}[M_1] \cdot \mathbb{P}[\text{def} \mid M_1] + \mathbb{P}[M_2] \cdot \mathbb{P}[\text{def} \mid M_2] + \mathbb{P}(\text{def} \mid M_3] \cdot \mathbb{P}[M_3]$

$= \frac{40}{100} \cdot \frac{5}{100} + \frac{25}{100} \cdot \frac{10}{100} + \frac{35}{100} \cdot \frac{12}{100} = \frac{200 + 250 + 420}{10000} =$

$= \frac{870}{10.000} = 8{,}7\,\%$

b) $\mathbb{P}[\text{Bauteil } M1 \mid \text{defektes gefunden}] \overset{\text{Bayes}}{=} \frac{\mathbb{P}[M_1] \cdot \mathbb{P}[\text{def} \mid M_1]}{\mathbb{P}[\text{defekt}]} =$ (a)

$= \frac{\frac{40}{100} \cdot \frac{5}{100}}{8{,}7\,\%} = \frac{200}{\cancel{10.000}} \cdot \frac{\cancel{10.000}}{870} = \boxed{22\,\%}$

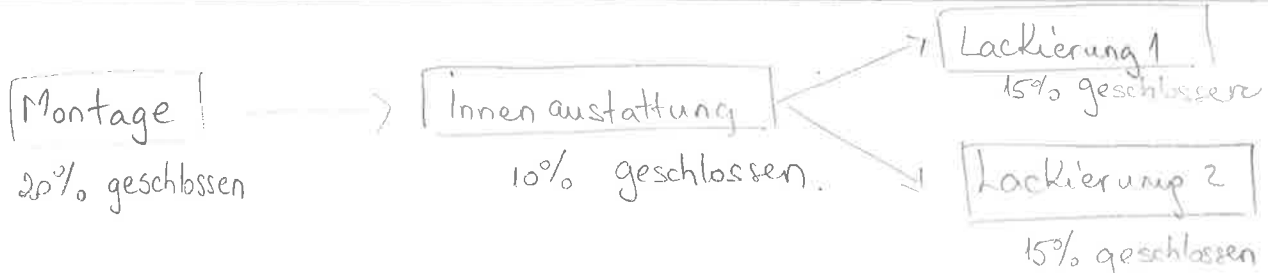
c) $\mathbb{P}[\text{nicht } M_3 \mid \text{nicht defekt}] = \mathbb{P}[M_1 \mid \text{nicht defekt}] + \mathbb{P}[M_2 \mid \text{nicht defekt}] = 41\% + 24\% = 65\%$

$$\mathbb{P}[M_1 \mid \text{nicht defekt}] = \frac{\mathbb{P}[M_1 \cap \text{nicht defekt}]}{\mathbb{P}[\text{nicht defekt}]} = \frac{\frac{40}{100} \cdot \frac{95}{100}}{1-\mathbb{P}[\text{defekt}]} = \frac{\frac{3800}{\cancel{10.000}}}{\frac{9130}{\cancel{10.000}}} = 41\%$$

$$\mathbb{P}[M_2 \mid \text{nicht defekt}] = \frac{\frac{25}{\cancel{100}} \cdot \frac{90}{\cancel{100}}}{\frac{9130}{\cancel{10.000}}} = \frac{2250}{9130} = 24\%$$

---

(21)



a) $\mathbb{P}[\text{kein Auto produziert}] = 1 - \mathbb{P}[\text{mindestens 1 Auto produziert}] = 1 - (\mathbb{P}[A \cap B] \cdot \underbrace{\mathbb{P}[\text{mindestens eine Lackierungsstelle offen}]}_{C}$

Sei $A = \{\text{Montage offen}\}$

$B = \{\text{Innen austattung offen}\}$

$C_1 = \{\text{Lackierung 1 offen}\}$

$C_2 = \{\text{Lackierung 2 offen}\}$ $\quad \bar{C} = \{\text{keine Lackierung offen}\}$

$$\mathbb{P}[C] = 1 - \mathbb{P}[\bar{C_1} \cdot \bar{C_2}] = 1 - \frac{15}{100} \cdot \frac{15}{100} = 97{,}75\%$$

$$\mathbb{P}[A \cap B] = \frac{80}{100} \cdot \frac{90}{100}$$

$$\mathbb{P}[\text{kein Auto produziert}] = 1 - \frac{80 \cdot 90 \cdot 97{,}75}{100^3} = \ldots$$

b) $\mathbb{P}[\text{Lackierungshallen geschlossen} \mid \text{kein Auto produziert}] =$

$$\frac{\mathbb{P}[\text{2 Lackierungshallen geschlossen} \cap \text{kein Auto produziert}]}{\mathbb{P}[\text{kein Auto produziert}]} = \frac{\mathbb{P}[\text{Lackierungsstellen zu}]}{\mathbb{P}[\text{kein Auto produziert}]}$$

$$= \frac{0{,}15 \cdot 0{,}15}{55{,}8\ \%} = 4\ \%$$

---

(22) n Personen → 10 Ausflüge

aller Möglichkeiten $= 10^n$

P[mindestens 2 Personen denselben Ausflug machen] =

$1 - \mathbb{P}[\underbrace{\text{alle machen was anderes}}]$ (=)

günstige Möglichkeiten $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \ldots (10-n) = \frac{10!}{(10-n)!}$

$$\mathbb{P}[\text{mindestens 2 denselben Ausflug}] = \begin{cases} 1 & \text{, wenn } n > 10 \\ 1 - \frac{\frac{10!}{(10-n)!}}{10^n} & n \leq 10 \end{cases}$$

$$(=)\quad 1 - \frac{\frac{10!}{(10-n)!}}{10^n}$$

$$\mathbb{P} \geq 0.5 \Rightarrow \quad 1 - \frac{\frac{10!}{(10-n)!}}{10^n} \geq 0{,}5 \Rightarrow \boxed{0{,}5 \geq \frac{10! \cdot 10^n}{(10-n)!}}$$

$$(=) \boxed{n_{min} = 5}$$