

62. (1 Pkt.) Gegeben sei ein Poisson-Prozess  $(N_t)_{t \geq 0}$  mit Rate  $\lambda$ . Man berechne die folgenden Wahrscheinlichkeiten:
- (a)  $\mathbb{P}[N_3 = 6]$ ,  $\mathbb{P}[N_{2.6} \leq 3]$
  - (b)  $\mathbb{P}[N_4 = 4 | N_2 = 2]$
  - (c)  $\mathbb{P}[N_7 - N_3 = 2 | N_3 = 2]$ ,  $\mathbb{P}[N_7 - N_3 = 2]$
63. (1 Pkt.) Sei  $(N_t)_{t \geq 0}$  ein homogener Poisson-Prozess mit Rate  $\lambda = 2$ . Man berechne:
- (a)  $\mathbb{P}[N_1 \geq 3]$
  - (b)  $\mathbb{P}[N_1 \leq 2, N_2 = 6]$
  - (c)  $\mathbb{P}[N_1 \leq 2 | N_3 = 6]$
  - (d)  $\mathbb{P}[N_3 = 6 | N_1 \leq 2]$
64. (2 Pkt.) Sei  $(N_t)_{t \geq 0}$  ein Poisson-Prozess mit Rate  $\lambda$  und  $s, t > 0$ . Berechnen Sie die Kovarianz  $\text{Cov}(N_t, N_s)$ .
65. (1.5 Pkt.) Seien  $(N_t)_{t \geq 0}$  und  $(M_t)_{t \geq 0}$  unabhängige homogene Poisson-Prozess mit Raten  $\lambda$  und  $\mu$ .  
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass  $N_t = 1$  bevor  $M_t = 1$ ?
66. (1 Pkt.) Die Anzahl der Störfälle einer industriellen Fabrikmaschine werde durch einen homogenen Poisson-Prozess  $(N_t)_{t \geq 0}$  mit Rate  $\lambda = 4$  modelliert. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit das die Zeit bis der erste Störfall eintritt mindestens doppelt so lang ist wie die Zeit zwischen dem ersten und dem zweiten Störfall?
67. (1.5 Pkt.) Die Anzahl der Störfälle einer industriellen Fabrikmaschine werde durch einen homogenen Poisson-Prozess  $(N_t)_{t \geq 0}$  modelliert. Aufgrund langjähriger Erfahrungen weiß man, dass im Durchschnitt 2 Störfälle pro Jahr zu erwarten sind.
- (a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass im einem Jahr mindestens 2 Störfälle auftreten und im darauffolgenden Jahr maximal 1 Störfall auftritt?
  - (b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zwischen dem ersten und dem zweiten autretenden Störfall mindestens 10 Monate vergehen.
  - (c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit tritt der vierte Störfall nicht in den ersten beiden Jahren ein?
  - (d) Der Hersteller der Maschine verpflichtet sich, die Maschine kostenlos gegen eine neue Maschine zu ersetzen, falls in einem Jahr 4 oder mehr Störfälle eintreten. Mit welcher Wahrscheinlichkeit muss der Hersteller nach zwei Jahren mit dem Austausch der Maschine rechnen?