**Wahrscheinlichkeitsrechnung und Stochastische Prozesse WS 2016/2017**

**Institut für Diskrete Mathematik (5050), TU Graz**

**5. Übungsblatt; 15. November 2016**

---

23. **(1 Pkt.)**
Ein Würfel werde zweimal geworfen. Sei $X$ die größte dabei auftretende Augenzahl. Stellen Sie in einer Tabelle die Wahrscheinlichkeitsfunktion von $X$ dar, sowie deren Verteilungsfunktion.

24. **(1.5 Pkt.)**
Ein Würfel werde so lange geworfen, bis die Summe der aufgetretenen Augenzahlen größer gleich 4 ist. Sei $X$ die Anzahl der notwendigen Würfe, bis dieses Ereignis eingetreten ist.

    (a) Zeichnen Sie den zugehörigen Wahrscheinlichkeitsbaum und bestimmen Sie so die Wahrscheinlichkeitsfunktion von $X$.

    (b) Berechnen Sie den Erwartungswert von $X$.

25. **(2 Pkt.)**
Man betrachte eine stetige Zufallsvariable $X$, deren Dichtefunktion $f_X$ die folgende Form besitzt mit $c > 1$:
$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3, & \text{für } 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{1}{3}, & \text{für } 1 \leq x \leq c \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

    (a) Bestimmen Sie die Konstante c.

    (b) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion $F_X(x)$ und stellen Sie $F_X(x)$ graphisch dar.

    (c) Berechnen Sie den Erwartungswert von $X$.

    (d) Berechnen Sie $\mathbb{P}\left[\frac{1}{2} < X \leq \frac{5}{4}\right]$.

26. **(1 Pkt.)**
Eine stetige Zufallsvariable $X$ sei gegeben durch ihre Verteilungsfunktion
$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{für } x \leq 0, \\ cx, & \text{für } 0 < x \leq 1, \\ 1 - \frac{c}{x}, & \text{für } 1 < x. \end{cases}$$

    (a) Bestimmen Sie $c$ derart, daß $F_X(x)$ tatsächlich die Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsvariablen ist.

    (b) Stellen Sie die Verteilungsfunktion $F_X(x)$ graphisch dar.

    (c) Bestimmen Sie die zugehörige Dichtefunktion $f_X(x)$.

    (d) Berechnen Sie $\mathbb{P}[\frac{1}{2} \leq X < \frac{3}{2}]$.

27. **(1 Pkt.)**
Man betrachte eine stetige Zufallsvariable $X$, deren Dichtefunktion $f_X$ die folgende Form besitzt, für $\lambda > 0$:
$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{für } x \leq 0, \\ \frac{(x+1)}{\lambda(\lambda+1)}e^{-x/\lambda}, & \text{für } x > 0. \end{cases}$$

    (a) Zeigen Sie dass $f_X(x)$ eine Dichte definiert.

    (b) Berechnen Sie zu $X$ die Verteilungsfunktion $F_X(x)$.