Wahrscheinlichkeitsrechnung und Stochastische Prozesse WS 2016/2017

Institut für Diskrete Mathematik (5050), TU Graz

6. Übungsblatt; 22. November 2016

---

28. **(1 Pkt.)**
Es sei folgende Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsvariablen X gegeben:

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{für } x < -1, \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}, & \text{für } -1 \leq x < 0, \\ \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}, & \text{für } 0 \leq x < 1, \\ 1, & \text{für } x \geq 1. \end{cases}$$

Berechnen Sie den Erwartungswert und die Varianz von X.

29. **(1 Pkt.)**
Ein Würfel ist so verfälscht, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Augenzahl k proportional zu k ist (wobei $k = 1, 2, \ldots, 6$). Sei X die Augenzahl beim werfen dieses Würfels.

   (a) Geben Sie die W-Funktion mittels einer Tabelle an.

   (b) Berechnen sie $\mathbb{E}[X]$ und $Var(X)$.

   (c) Berechnen Sie $\mathbb{P}[3 \leq X \leq 6]$.

30. **(0.5 Pkt.)**
Sei X eine Zufallsvariable mit Erwartungswert $\mathbb{E}[X] = 1$ und Varianz $Var(X) = 5$. Man berechne $\mathbb{E}\left[(2 + X)^2\right]$ und $Var(4 + 3X)$.

31. **(0.5 Pkt.)**
Sei X eine diskrete Zufallsvariable mit Wahrscheinlichkeitsfunktion:

$$p_X(1) = \mathbb{P}[X = 1] = p \quad \text{und} \quad p_X(-1) = \mathbb{P}[X = -1] = 1 - p,$$

mit $p \in (0, 1)$. Bestimmen Sie die Konstante $c \neq 1$ derart, sodass $\mathbb{E}[c^X] = 1$.

32. **(1 Pkt.)**
Sei X eine Binomial-verteilte Zufallsvariable mit Parametern n und p, d.h. $X \sim \mathcal{B}(n, p)$. Zeigen Sie dass

$$\mathbb{E}\left[\frac{1}{X + 1}\right] = \frac{1 - (1 - p)^{n+1}}{(n + 1)p}.$$

33. **(1.5 Pkt.)**
Die Gesprächsdauer T (in Minuten) eines Telefonats werde modelliert durch folgede Dichtefunktion:

$$f_T(t) = \begin{cases} \frac{1}{4}te^{-t/2}, & \text{für } t > 0, \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

   (a) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion von T.

   (b) Berechnen Sie die erwartete Gesprächsdauer $\mathbb{E}[T]$ und $Var(T)$.

   (c) Der Minutenpreis liegt bei 6 Cent. Wieviel kostet ein Anruf durchschnittlich?