Wahrscheinlichkeitsrechnung und Stochastische Prozesse WS 2017/2018

Institut für Diskrete Mathematik (5050), TU Graz

6. Übungsblatt (21. November 2017)

---

27. Eine Münze wird dreimal geworfen. Sei A das Ereignis, dass mindestens einmal Kopf geworfen wurde. B das Ereignis, dass der zweite Wurf Zahl ergibt, und C das Ereignis, dass jeweils mindestens einmal Zahl und einmal Kopf erscheint. **(2 Pkt.)**

    (a) Sind A und B unabhängig?

    (b) Sind A und C unabhängig?

    (c) Sind B und C unabhängig?

    (d) Sind A,B und C unabhängig?

28. Die Augenfarbe einer Person wird durch ein einziges Genpaar bestimmt. Dieses Gen gibt es in Varianten blau und braun. Das Gen für Braun ist dabei dominant. Das heisst die Person hat blaue Augen wenn beide Gene die von der Variante blau sind. Wenn eines der Gene Variante braun und das andere Variante blau ist, oder wenn beide Variante braun sind hat die Persion braune Augen. Ein Embryo bekommt unabhängig voneinander von jedem Elternteil ein Gen, und jedes Gen des Genpaares eines Elternteil wird mit der gleichen Wahrscheinlichkeit an das Kind weitergegeben. **(4 Pkt.)**

    Peter und seine beiden Eltern haben Braune Augen. Peters Schwester hat blaue Augen.

    (a) Was ist die Wahrscheinlichkeit das Peter ein Gen für blaue Augen hat?

    (b) Peters Frau hat blaue Augen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ihr erstes Kind blaue Augen haben wird?

    (c) Angenommen ihr erstes Kind hat braune Augen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dass auch ihr zweites Kind braune Augen haben wird?

29. Ein Arbeitskreis zum Thema "Geschlechterdiskrimierung in den Naturwissenschaften" enthält 4 männliche Physiker, 6 weibliche Physiker, und 6 männliche Chemiker. Wieviele weibliche Chemiker müssen dem Arbeitskreis angehören, damit der Beruf und das Geschlecht eines zufällig gewählten Mitgliedes des Arbeitskreises voneinander unabhängig sind? **(3 Pkt.)**

30. Es seien A, B, C beliebige Ereignisse. Beweisen Sie die folgenden Aussagen: **(3 Pkt.)**

    (a) Für $\mathbb{P}(A) > 0$ gilt
    $$\mathbb{P}(A \cap B|A) \geq \mathbb{P}(A \cap B|A \cup B).$$

    (b) Für $\mathbb{P}(B) > 0, \mathbb{P}(B \cap C) > 0$ und $\mathbb{P}(B \cap C^c) > 0$:
    $$\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A|B \cap C)\, \mathbb{P}(C|B) + \mathbb{P}(A|B \cap C^c)\, \mathbb{P}(C^c|B).$$