

7. Übungsblatt (28. November 2017)

---

31. Ein Würfel werde so lange geworfen, bis die Summe der aufgetretenen Augenzahlen größer gleich 4 ist. Sei  $X$  die Anzahl der notwendigen Würfe, bis dieses Ereignis eingetreten ist. (2 Pkt.)

- (a) Zeichnen Sie den zugehörigen Wahrscheinlichkeitsbaum und bestimmen Sie so die Wahrscheinlichkeitsfunktion von  $X$ .
- (b) Berechnen Sie den Erwartungswert von  $X$ .

32. Bei einem einfachen Glücksspiel werden Karten mit Zahlenwerten an die Spieler verteilt. Jeder Spieler bekommt eine Karte. Wenn zwei Spieler gegeneinander antreten gewinnt derjenige Spieler, dessen Karte den höheren Wert hat. (3 Pkt.)

Es spielen 5 Spieler dieses Spiel. Fünf Karten mit der Aufschrift 1,2,3,4 und 5 werden gemischt und an die 5 Spieler aufgeteilt. Zuerst spielt Spieler 1 gegen Spieler 2. Wenn Spieler 1 gewinnt, spielt er danach gegen Spieler 3, sonst scheidet er aus. Wenn Spieler 1 gegen Spieler 3 gewinnt, spielt er danach gegen Spieler 4, sonst scheidet er aus. Wenn Spieler 1 gegen Spieler 4 gewinnt spielt er schließlich noch gegen Spieler 5.

Sei  $X$  die Anzahl der Spiele die Spieler 1 gewinnt. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion von  $X$  und  $\mathbb{E}(X)$ .

33. Man betrachte eine stetige Zufallsvariable  $X$ , deren Dichtefunktion  $f_X$  die folgende Form besitzt mit  $c > 1$ : (4 Pkt.)

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}x^3, & \text{für } 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{1}{3}, & \text{für } 1 \leq x \leq c \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Bestimmen Sie die Konstante  $c$ .
- (b) Berechnen Sie die Verteilungsfunktion  $F_X(x)$  und stellen Sie  $F_X$  graphisch dar.
- (c) Berechnen Sie den Erwartungswert von  $X$ .
- (d) Berechnen Sie  $\mathbb{P}[\frac{1}{2} < X \leq \frac{5}{4}]$ .

34. Eine stetige Zufallsvariable  $X$  sei gegeben durch ihre Verteilungsfunktion (4 Pkt.)

$$F_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{für } x \leq 0, \\ cx, & \text{für } 0 < x \leq 1, \\ 1 - \frac{c}{x}, & \text{für } 1 < x. \end{cases}$$

- (a) Bestimmen Sie  $c$  derart, daß  $F_X(x)$  tatsächlich die Verteilungsfunktion einer stetigen Zufallsvariablen ist.
- (b) Stellen Sie die Verteilungsfunktion  $F_X(x)$  graphisch dar.
- (c) Bestimmen Sie die zugehörige Dichtefunktion  $f_X(x)$ .
- (d) Berechnen Sie  $\mathbb{P}[\frac{1}{2} \leq X < \frac{3}{2}]$ .