

13. Übungsblatt (30. Jänner 2018)

---

56. Sei  $(N_t)_{t \geq 0}$  ein homogener Poisson-Prozess mit Rate  $\lambda = 3$ . Man berechne: (3 Pkt.)
- (a)  $\mathbb{P}[N_1 \geq 2]$
  - (b)  $\mathbb{P}[N_1 \leq 1, N_4 = 6]$
  - (c)  $\mathbb{P}[N_1 \leq 1 | N_4 = 6]$
  - (d)  $\mathbb{P}[N_4 = 6 | N_1 \leq 1]$
57. Sei  $(N_t)_{t \geq 0}$  ein Poisson-Prozess mit Rate  $\lambda$  und  $s, t > 0$ . Berechnen Sie die Kovarianz  $\text{Cov}(N_t, N_s)$ . (3 Pkt.)
58. Seien  $(N_t)_{t \geq 0}$  und  $(M_t)_{t \geq 0}$  unabhängige homogene Poisson-Prozess mit Raten  $\lambda$  und  $\mu$ . (3 Pkt.)  
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass  $N_t = 1$  bevor  $M_t = 1$ ?
59. Aus astronomischen Beobachtungen weiss man dass im Durchschnitt 4 Meteoriteneinschläge pro Stunde auf dem Mond beobachtbar sind. Die Anzahl der beobachteten Meteoriteneinschläge wird durch einen homogenen Poisson-Prozess  $(N_t)_{t \geq 0}$  modelliert. Wobei  $t = 1$  eine Stunde nach Beginn der Beobachtungen entspricht. (3 Pkt.)
- (a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden in der ersten halben Stunde genau 2 Einschläge beobachtet?
  - (b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit werden in der ersten Stunde höchstens 3 Einschläge beobachtet, aber innerhalb der ersten 3 Stunden 5 Einschläge?
  - (c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dass zwischen dem ersten und dem zweiten beobachteten Einschlag mehr als zwei Stunden vergehen?
  - (d) Was ist die Erwartete Zeitdauer zwischen zwei beobachteten Einschlägen?