

59. (2 Pkt.)

Sei  $X$  standardnormalverteilt. Zeigen Sie die folgenden Identitäten für  $x > 0$ :

- (a)  $\mathbb{P}(X > x) = P(X < -x)$ ,
- (b)  $\mathbb{P}(|X| > x) = 2P(X > x)$ ,
- (c)  $P(|X| < x) = 2P(X < x) - 1$ .

60. (3 Pkt.)

52% der Briten haben für einen Austritt aus der europäischen Union gestimmt.

- (a) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dass bei einer Stichprobe von  $n$  Briten mehr als 50% in dieser Stichprobe für den Austritt gestimmt haben. Für  $n = 11$ ,  $n = 101$  und  $n = 1001$ .
- (b) Wie groß müssen Sie die Stichprobe wählen damit die Wahrscheinlichkeit, dass mehr als 50% in der Stichprobe für den Austritt gestimmt haben, größer als 0.95 ist?

61. (3 Pkt.)

Die Reichweite eines Elektroautos (bei voll geladener Batterie) wird durch die Zufallsvariable  $X$  modelliert. Aus Messungen ergibt sich eine erwartete Reichweite von 220 Kilometern mit einer Varianz  $\text{Var}(X) = 60$ .

- (a) Geben Sie eine untere Abschätzung der Wahrscheinlichkeit, dass das Auto mit einer vollen Batterieladung zwischen 200 und 240 Kilometer erreicht.
- (b) Wieviele vollständige Ladevorgänge werden benötigt um mit diesem Auto mit mindestens 95% Wahrscheinlichkeit eine Strecke von 50000km zu fahren?

62. Prüfungsbeispiel 5. Dezember 2018 (3 Pkt.)

Man nehme an, dass die durchschnittliche Jahresregenmenge (in Milimeter) in Graz normal-verteilt sei mit Mittelwert  $\mu = 820$  und  $\sigma = 40$ .

- (a) Wie gross muss  $k$  mindestens sein, sodass mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% die Jahresregenmenge mindestens  $k$  ist?
- (b) Bestimmen Sie  $c \in \mathbb{R}$ , sodass mit 90% Wahrscheinlichkeit, die Regenmenge eines Jahres im Intervall  $[\mu - c, \mu + c]$  liegt.

63. Prüfungsbeispiel 6. Juli 2017 (4 Pkt.)

Ein zweidimensionaler Zufallsvektor  $(X, Y)$  habe folgende gemeinsame Dichte:

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} c \cdot x^2 \cdot y & \text{falls } 1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 1, \text{ und } y \leq \frac{1}{x} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

- (a) Bestimmen Sie die Konstante  $c$ , sodass  $f_{X,Y}(x, y)$  tatsächlich eine Dichtefunktion ist.
- (b) Berechnen Sie die Randdichten von  $X$  und  $Y$ .
- (c) Sind  $X$  und  $Y$  unabhängig?
- (d) Berechnen Sie den Erwartungswert von  $X$ .
- (e) Berechnen Sie  $\mathbb{P}[X > Y]$ .