Wahrscheinlichkeitsrechnung und Stochastische Prozesse WS 2018/2019

Institut für Diskrete Mathematik (5050), TU Graz

7. Übungsblatt; 20. November 2018

---

32. **(2 Pkt.)**
Ein Würfel werde so lange geworfen, bis die Summe der aufgetretenen Augenzahlen größer gleich 4 ist. Sei X die Anzahl der notwendigen Würfe, bis dieses Ereignis eingetreten ist.
    (a) Zeichnen Sie den zugehörigen Wahrscheinlichkeitsbaum und bestimmen Sie so die Wahrscheinlichkeitsfunktion von X.
    (b) Berechnen Sie den Erwartungswert von X.

33. **(2 Pkt.)**
Man betrachte eine stetige Zufallsvariable X, deren Dichtefunktion f_X die folgende Form besitzt, für $\lambda > 0$:
$$f_X(x) = \begin{cases} 0, & \text{für } x \leq 0, \\ \frac{(x+1)}{\lambda(\lambda+1)} e^{-x/\lambda}, & \text{für } x > 0. \end{cases}$$
    (a) Zeigen Sie dass $f_X(x)$ eine Dichte definiert.
    (b) Berechnen Sie zu X die Verteilungsfunktion $F_X(x)$.

34. **(1 Pkt.)**
Ein Würfel ist so verfälscht, dass die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Augenzahl k proportional zu k ist (wobei $k = 1, 2, \ldots, 6$). Sei X die Augenzahl beim Werfen dieses Würfels.
    (a) Geben Sie die W-Funktion mittels einer Tabelle an.
    (b) Berechnen sie $\mathbb{E}[X]$ und $Var(X)$.
    (c) Berechnen Sie $\mathbb{P}[3 \leq X \leq 6]$.

35. **(1 Pkt.)**
Sei X eine Zufallsvariable mit Erwartungswert $\mathbb{E}[X] = 1$ und Varianz $Var(X) = 5$. Man berechne $\mathbb{E}\left[(2+X)^2\right]$ und $Var(4 + 3X)$.

36. **(1 Pkt.)**
Sei X eine diskrete Zufallsvariable mit Wahrscheinlichkeitsfunktion:
$$p_X(1) = \mathbb{P}[X = 1] = p \quad \text{und} \quad p_X(-1) = \mathbb{P}[X = -1] = 1 - p,$$
mit $p \in (0, 1)$. Bestimmen Sie die Konstante $c \neq 1$ derart, sodass $\mathbb{E}[c^X] = 1$.