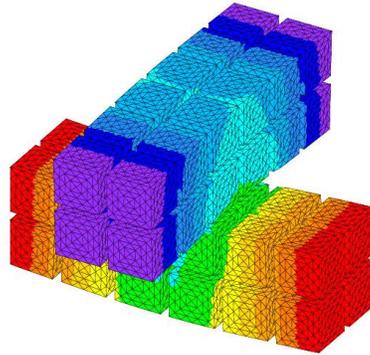


## Teilprojekt C10 im SFB 404: Gebietszerlegungsmethoden

**Projektleiter:** Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. W.L. Wendland, PD Dr. O. Steinbach  
**Projektbearbeiter:** Dipl.-Math. G. Of

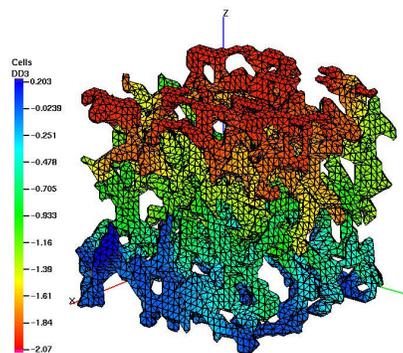
Gebietszerlegungsmethoden werden zur Konstruktion schneller Algorithmen für die numerische Behandlung gekoppelter Randwertprobleme in der Festkörpermechanik eingesetzt. Dadurch ist auch eine Behandlung von Strukturen, die aus verschiedenen Materialien zusammengesetzt sind, möglich. Außerdem lassen sich verschiedene Modellgleichungen für die einzelnen Teilgebiete miteinander koppeln. Bei den Gebietszerlegungsmethoden handelt es sich um sehr effiziente Lösungsverfahren für gekoppelte Randwertprobleme, da sie durch die lokale Lösung der Teilprobleme auf den einzelnen Teilgebieten zur Parallelisierung besonders geeignet sind. Abbildung 1 zeigt die Deformation zweier Balken unter einer aufgebracht Last, wobei die Balken durch insgesamt 48 Teilgebiete beschrieben wurden. Die Lösung der einzelnen Teilprobleme kann durch verschiedene numerische Verfahren wie beispielsweise den Finiten Element Methoden und den Randelementmethoden erfolgen. Dabei können diese Methoden ihren Stärken entsprechend für die einzelnen Teilprobleme eingesetzt werden.



**Abbildung 1:** Zerlegung in 48 Teilgebiete

Bei der Simulation von technischen und physikalischen Vorgängen in komplexen Strukturen stellt bereits die Erzeugung der für die numerische Simulation notwendigen Vernetzungen eine Herausforderung dar. Insbesondere muß das von automatischen Vernetzungsprogrammen erzeugte Netz häufig noch von Hand mühsam auf seine Korrektheit überprüft werden. Hier bieten Randelementmethoden eine erhebliche Vereinfachung, da lediglich die Randfläche der Struktur vernetzt werden muß. Dies führt außerdem zu einer Dimensionsreduktion des resultierenden linearen Gleichungssystems.

Der Nachteil, daß dabei der lokale Charakter der zugrundeliegenden partiellen Differentialgleichungen verloren geht, kann durch die Verwendung von schnellen Randelementmethoden wie zum Beispiel der Multipolmethode ausgeglichen werden. Diese beruht auf der Einführung einer fiktiven Hierarchie zur Gruppierung der Randelemente und der Approximation des Kernes durch eine geeignete Reihenentwicklung für voneinander entfernt liegende Elemente. Wesentlich ist hierbei die Ausnutzung der aufgebauten Hierarchie zur effizienten Berechnung der Approximation. Abbildung 2 zeigt die berechnete Deformation eines Metallschwamms unter äußerer Krafteinwirkung. Weitere Anwendungen finden sich in der Potentialberechnung zur Bestimmung der Kennlinien von Sensoren, der Simulation von Lackierungsvorgängen und der Auslegung von Umformwerkzeugen.



**Abbildung 2:** deformierter Metallschaum

Literatur: [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12]

## Literatur

- [1] U. Langer and O. Steinbach. Boundary element tearing and interconnecting methods. *Computing*, 71(3):205–228, 2003.
- [2] U. Langer and O. Steinbach. Coupled boundary and finite element tearing and interconnecting methods sfb report 2003–45. Technical report, SFB F013, Johannes Kepler Universität Linz, 2003. Submitted.
- [3] G. Of. A fast multipole boundary element method for the symmetric boundary integral formulation in linear elastostatic. In K. Bathe, editor, *Proceedings of the Second M.I.T. Conference on Computational Fluid and Solid Mechanics*, pages 540–543. Elsevier, 2003.
- [4] G. Of and O. Steinbach. A fast multipole boundary element method for a modified hypersingular boundary integral equation. In M. Efendiev and W. Wendland, editors, *Proceedings of the International Conference on Multifield Problems*, pages 163–169, Berlin, 2003. Springer.
- [5] B. Reidinger and O. Steinbach. A symmetric boundary element method for the Stokes problem in multiple connected domains. *Math. Methods Appl. Sci.*, 26(1):77–93, 2003.
- [6] G. J. Rodin and O. Steinbach. Boundary element preconditioners for problems defined on slender domains. *SIAM J. Sci. Comput.*, 24(4):1450–1464 (electronic), 2003.
- [7] O. Steinbach. A note on the ellipticity of the single layer potential in two-dimensional linear elastostatics. To appear in *J. Math. Anal. Appl.*
- [8] O. Steinbach. Artificial multilevel boundary element preconditioners. *Proc. Appl. Math. Mech.*, 3:539–542, 2003.
- [9] O. Steinbach. *Numerische Näherungsverfahren für elliptische Randwertprobleme: Finite Elemente und Randelemente*. B. G. Teubner, Stuttgart, Leipzig, Wiesbaden, 2003.
- [10] O. Steinbach. A robust boundary element method for nearly incompressible linear elasticity. *Numer. Math.*, 95(3):553–562, 2003.
- [11] O. Steinbach. *Stability estimates for hybrid coupled domain decomposition methods*, volume 1809 of *Lecture Notes in Mathematics*. Springer-Verlag, Berlin, 2003.
- [12] W. Wendland. Arbeits- und Ergebnisbericht des SFB 404. Technical report, Universität Stuttgart, 2003.