# Analysis T1, SS2019

3. Übungsblatt, für die Übung am 11.4.2019

---

1. Erklären Sie, wie die Konvergenz von Reihen (d.h. unendlichen Summen) definiert ist. Beweisen Sie folgende Aussage: Wenn die Reihen

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k \qquad \text{und} \qquad \sum_{k=1}^{\infty} b_k$$

beide konvergent sind, dann ist auch die Reihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} (a_k + b_k)$$

konvergent.

Für Beispiele 2 bis 6: überprüfen Sie, ob die Reihen konvergent oder divergent sind. Geben Sie immer an welches Konvergenz- bzw. Divergenzkriterium Sie verwenden. Berechnen Sie außerdem (mit einem Taschenrechner) jeweils die ersten 4 Partialsummen aller Reihen.

2.

$$a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^3+5}, \qquad b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{17n^2}.$$

3.

$$a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2+\frac{1}{n})^n}{3^n}, \qquad b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2^n}.$$

4.

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n-1}{19n}, \qquad b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+3}.$$

(Für Beispiel 4b benötigen Sie das Leibnitz-Kriterium. Das wurde in der Vorlesung nicht erwähnt, aber Sie finden es im Skriptum.)

5.

$$a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{(n!)^2}, \qquad b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}.$$

6.

$$a) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(1+\frac{1}{n}\right)^{-2n}, \qquad b) \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(4+(-1)^n)^n}{5^n}.$$