

Analysis T1, SS2019

4. Übungsblatt, für die Übung am 9.5.2019

1. Bestimmen Sie mithilfe des Quotienten- oder Wurzelkriteriums: Für welche Werte von $x \in \mathbb{R}$ ist die folgende Reihe konvergent? Achten Sie auch auf jene Fälle für die das Kriterium keine direkte Aussage liefert.

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} x^n, \quad b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}, \quad c) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n}, \quad d) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}.$$

2. Berechnen Sie die folgenden Produkte komplexer Zahlen.

$$a) (1+i)(2-i), \quad b) (2+3i)(4-6i), \quad c) (-2-2i)(-1+3i).$$

3. Berechnen Sie $1/z$ für die komplexen Zahlen

$$a) z = 1+i, \quad b) z = 3+4i, \quad c) z = i.$$

4. Zerlegen Sie die folgenden Polynome in Linearfaktoren (ohne einen Taschenrechner zu verwenden).

$$a) p(x) = x^2 - x - 2, \quad b) p(x) = x^2 - 2x + 2, \\ c) p(x) = x^2 + 2x + 1, \quad d) p(x) = x^3 + 3x^2 + 2x.$$

5. Bestimmen Sie einen einfachen Ausdruck für die Verknüpfung $(g \circ f)(x)$ der Funktionen f und g .

$$a) f(x) = x^2, \quad g(y) = y + 2,$$

$$b) f(x) = x^2 + 2x + 1, \quad g(y) = 2y + 3,$$

$$c) f(x) = x^2 + x + 2, \quad g(y) = y^2 - y + 1$$

6. Welche dieser Funktionen ist injektiv/surjektiv/bijektiv? Warum?

$$a) f : [0, 1] \mapsto [0, 1] \\ x \mapsto x^2$$

$$b) f : [-1, 1] \mapsto [0, 1] \\ x \mapsto x^2$$

$$c) f : [0, 1] \mapsto [1, 2] \\ x \mapsto x + 1$$

$$d) f : [0, 1] \mapsto [0, 2] \\ x \mapsto x + 1$$