Analysis T1, SS2019

6. Übungsblatt, für die Übung am 23.5.2019

---

1. Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen.

$$a)\quad f(x) = \sin(x^2 + x), \qquad b)\quad f(x) = \frac{\sin x}{\cos x},$$
$$c)\quad f(x) = e^{6x^3+12}, \qquad d)\quad f(x) = (12x^3 + x)^4.$$

2. Berechnen Sie die Ableitungen der folgenden Funktionen.

$$a)\quad f(x) = \frac{1}{(e^x)^2}, \qquad b)\quad f(x) = x^2 e^{2x},$$
$$c)\quad f(x) = x^2(\sin x + \cos x), \qquad d)\quad f(x) = xe^x \sin x.$$

3. Finden Sie alle Werte von $x \in \mathbb{R}$, an denen für die folgenden Funktion $f'(x) = 0$ gilt.

$$a)\quad f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 36x + 2, \qquad b)\quad f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^4}, \qquad c)\quad f(x) = (x^2 + 1)e^x.$$

4. Beweisen Sie mithilfe von Ableitungen dass

$$x \geq \sin x, \qquad \text{für alle } x \geq 0,$$ [1]

und dass

$$\cos x \geq 1 - \frac{x^2}{2}, \qquad \text{für alle } x \geq 0.$$

Sie können verwenden dass $|\cos x| \leq 1$ für alle $x \in \mathbb{R}$.[2]

5. Berechnen Sie mit der Regel von de l'Hospital folgende Grenzwerte:

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin x}, \qquad \lim_{x\to 1} \frac{e^x - e}{x - e}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{(\cos x) - 1}{2x}.$$

6. Berechnen Sie mit der Regel von de l'Hospital folgende Grenzwerte:

$$\lim_{x\to 0} \frac{(\cos x) - 1}{x^2}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{e^{(2x^2)} - 1}{x^2}, \qquad \lim_{x\to 0} \frac{x - \sin(2x)}{x^3}.$$

---

[1] Eine frühere Version dieses Angabeblattes hatte irrtümlich $x \leq \sin x$ statt $x \geq \sin x$. Am 20.5. ausgebessert, so wie's jetzt steht ist es richtig. Sorry. C.A.

[2] Die Tatsache dass $|\cos x| \leq 1$ für alle $x \in \mathbb{R}$ folgt aus der Formel $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$ für alle $x \in \mathbb{R}$, die wir in der Vorlesung hergeleitet haben.