Analysis T1, SS2019

Freiwilliges Übungsblatt zur Integrationsrechnung. Lösungen werden in der Vorlesung am 13.6. vorgerechnet.

---

1. Berechnen Sie mittels partieller Integration

$$a) \quad \int_0^{2\pi} x \cos x \; dx, \qquad b) \quad \int_0^{2\pi} x^2 \cos x \; dx, \qquad c) \quad \int_0^{2\pi} (\sin x)^2 \; dx.$$

   Verwenden Sie für c) dass $(\sin x)^2 + (\cos x)^2 = 1$.

2. Berechnen Sie mittels Substitution

$$a) \quad \int_0^2 \frac{4x}{x^2+1} \; dx, \qquad b) \quad \int_0^1 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} \; dx, \qquad c) \quad \int_0^1 (x+1)^4 \; dx$$

3. Berechnen Sie mithilfe der Formel für das Volumen eines Rotationskörpers (Skriptum S. 137) das Volumen

   a) eines Zylinders mit Höhe h, und Radius der Grundfläche r.

   b) eines Drehkegels mit Höhe h, und Radius der Grundfläche r.

4. Berechnen Sie mithilfe der Formel für die Oberfläche eines Rotationskörpers (Skriptum S. 139) die Mantelfläche

   a) eines Zylinders mit Höhe h, und Radius der Grundfläche r.

   b) eines Drehkegels mit Höhe h, und Radius der Grundfläche r.

5. Berechnen Sie mithilfe der Formel für die Bogenlänge einer Kurve (Skriptum S. 133 unten) die Länge der folgenden Kurven:

   a) Logarithmische Spirale: $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x(t) = e^t \cos t, \; y(t) = e^t \sin t, \; 0 \leq t \leq 2\pi\}$.

   b) Zykloide: $\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x(t) = t - \sin t, \; y(t) = 1 - \cos t, \; 0 \leq t \leq 2\pi\}$. Verwenden Sie dass $1 - \cos t = 2(\sin(t/2))^2$.

6. Berechnen Sie mittels Polynomdivision und Partialbruchzerlegung:

   a) $\int_2^3 \frac{x^3+2x+1}{x^2-1} \; dx$,

   b) $\int_2^4 \frac{2x-1}{x^3+x^2-x-1} \; dx$ (Hinweis: eine Nullstelle des Nenners liegt bei $x = 1$).