Analysis T1, SS2019

9. Übungsblatt, für die Übung am 27.6.2019

---

1. Berechnen Sie mittels partieller Integration:

$$a)\quad \int_0^2 xe^{2x}\,dx, \qquad b)\quad \int_0^2 (x^2+x)e^{-x}\,dx, \qquad c)\quad \int_0^3 x^2\ln x\,dx.$$

2. Berechnen Sie mittels Substitution

$$a)\quad \int_1^3 \frac{x^2+5}{x^3+3x}\,dx, \qquad b)\quad \int_0^\pi \sin(5x)\,dx, \qquad c)\quad \int_0^{\sqrt{\pi}} 2x\sin(x^2)\,dx.$$

3. Berechnen Sie die Größe jener Fläche, die von den beiden Funktionsgraphen $f(x) = x^2$ und $g(x) = x + 2$ zwischen deren beiden Schnittpunkten aufgespannt wird. Machen Sie eine Skizze.

4. Berechnen Sie mithilfe der Formel für die Bogenlänge einer Kurve (Skriptum S. 133 unten) die Länge der folgenden Kurven. Machen Sie jeweils eine Skizze.

   a) Neilsche Parabel: $\{(x,y)\in\mathbb{R}^2:\ x(t)=t^{3/2},\ y(t)=t,\ 0\le t\le 1\}$.

   b) Schraubenlinie: $\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3:\ x(t)=\cos t,\ y(t)=\sin t,\ z(t)=t,\ 0\le t\le 10\pi\}$.

5. Berechnen Sie mittels Polynomdivision und Partialbruchzerlegung:

   a) $\int_0^1 \frac{x^3+x}{x^2-x-2}\,dx$,

   b) $\int_0^1 \frac{x^2-x+1}{x^3-3x-2}\,dx$ (Hinweis: eine Nullstelle des Nenners liegt bei $x=-1$).

6. Erlernen Sie anhand von S. 155–157 im Skriptum, wie man die Extremwerte einer Funktion in zwei Variablen bestimmt und klassifiziert. Bestimmen und klassifizieren Sie dann alle Extremwerte der Funktion

$$f(x,y) = x^3 + 6xy^2 - 2y^3 - 12x.$$