

Analysis T2 Übung

4. Übungsblatt

(Integralsätze, einfache Beispiele - die folgende Woche kommen die schwierigen Beispiele.)

1. Verifizieren Sie¹ den Satz von Gauß in der Ebene für das Vektorfeld

$$\vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 + y \\ x + 2y \end{pmatrix}$$

und für das von den Punkten $(0, 0)$, $(0, 2)$, $(2, 0)$, $(2, 2)$ begrenzte Quadrat.

2. Verifizieren Sie den Satz von Stokes für das Vektorfeld

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 0 \\ x \\ 0 \end{pmatrix}$$

und für die obere Halbkugelfläche $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0\}$.

3. Wie Beispiel 2, aber für die untere Halbkugelfläche

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \leq 0\}.$$

4. Verifizieren Sie den Satz von Gauß im Raum für das Vektorfeld

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

und für den Körper $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3, 0 \leq z \leq 4\}$.

¹Die Phrase “verifizieren Sie” bedeutet: rechnen Sie die linke und rechte Seite des Satzes einzeln aus, und überprüfen Sie dass wirklich beide Male dasselbe rauskommt.