Analysis T2 Übung

5. Übungsblatt

(Integralsätze, schwere Beispiele.)

1. Verifizieren Sie den Satz von Gauß in der Ebene für das Vektorfeld
$$\vec{v}(x,y) = \begin{pmatrix} x^2 + y \\ x + 2y \end{pmatrix}$$
und für die Kreisscheibe mit Mittelpunkt $(0,0)$ und Radius 2.

2. Verifizieren Sie den Satz von Stokes für das Vektorfeld
$$\vec{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} y \\ z \\ x \end{pmatrix}$$
und für die Halbkugel $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 + z^2 = 9, \ x \geq 0\}$.

3. Verifizieren Sie den Satz von Stokes für das Vektorfeld
$$\vec{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} 0 \\ xz \\ 0 \end{pmatrix}$$
und für die Zylinderfläche $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 = 4, \ 1 \leq z \leq 3\}$.
VORSICHT: Achten Sie auf die Orientierung der Randkurve, die aus 2 Teilen besteht!

4. Verifizieren Sie den Satz von Gauß im Raum für das Vektorfeld
$$\vec{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix}$$
und für die Zylinderfläche $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + z^2 = 4, \ 1 \leq y \leq 3\}$.

5. Verfizieren Sie den Satz von Gauß im Raum für das Vektorfeld
$$\vec{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} 0 \\ x^2 \\ z \end{pmatrix}$$
und für die Halbkugel $\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, \ y \geq 0\}$. Sie können verwenden dass $(\sin t)^4 = \frac{1}{8}\left(3 - 4\cos(2t) + \cos(4t)\right)$ für alle $t \in \mathbb{R}$.