Analysis T2 Übung

8. Übungsblatt

---

1. Zeigen Sie: eine holomorphe Funktion, deren Realteil konstant ist, ist selbst konstant.

2. Berechnen Sie den komplexen Logarithmus w der folgenden Zahlen:

$$z = 1, \qquad z = i, \qquad z = 1 + i, \qquad z = 64i.$$

   Rechnen Sie nach dass dann tatsächlich $e^w = z$ gilt.

3. Bestimmen Sie für das (relle, ebene) Vektorfeld

$$\vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 - y^2 \\ -2xy \end{pmatrix}$$

   die zugehörige komplexe Feldfunktion und das komplexe Potenzial. Bestimmen Sie daraus das reelle Potenzial und den Wert des Kurvenintegrals $\int_C \vec{v}\, d\vec{x}$, wenn C eine Kurve ist die von $(0, 1)$ nach $(1, 0)$ führt.

4. Bestimmen Sie für das (relle, ebene) Vektorfeld

$$\vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} \frac{x}{x^2+y^2} \\ \frac{y}{x^2+y^2} \end{pmatrix}$$

   die zugehörige komplexe Feldfunktion und das komplexe Potenzial. Bestimmen Sie daraus das reelle Potenzial und den Wert des Kurvenintegrals $\int_C \vec{v}\, d\vec{x}$, wenn C eine Kurve ist die von $(0, 1)$ nach $(1, 0)$ führt.

5. Bestimmen Sie die Positionen der Pole der folgenden Funktionen, sowie die jeweilige Ordnung des Poles.

$$a) \quad f(z) = \frac{z+3}{z^2 - z - 2}, \qquad b) \quad f(z) = \frac{\sin 4z}{z^3 + z}, \qquad c) \quad f(z) = \frac{e^z - 1}{z^2 \sin z}.$$