Komplexe Analysis Übungen

2. Übungsblatt

---

1. Zeigen Sie direkt (ohne Verwendung der Produktregel) dass die Funktion $f(z) = z^n$ für $n \in \mathbb{N}$ holomorph ist.

2. Zeigen Sie: eine holomorphe Funktion mit zusammenhängendem Definitionsbereich, die nur reelle Werte annimmt, ist konstant.

3. Zeigen Sie: die Potenzreihe $\sum_{n=1}^{\infty} n a_n z^{n-1}$ hat den gleichen Konvergenzradius wie $\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$.

4. Sei $\alpha \in \mathbb{R}$ und $u(x, y) = e^{\alpha x} \sin y$. Für welche Werte von α ist die Funktion u harmonisch? Bestimmen Sie zu **allen** solchen Werten von α die dazugehörige konjugiert harmonische Funktion $v(x, y)$.
   (Bonus: drücken Sie jeweils $u + iv$ als Funktion von $z = x + iy$ aus.)