

Komplexe Analysis Übungen

5. Übungsblatt

1. Bestimmen Sie die Laurentreihen-Entwicklung um den Entwicklungspunkt $z_0 = 0$ der Funktion

$$f(z) = \frac{1}{z(z-1)(z-2)}$$

in den drei Gebieten, die durch $0 < |z| < 1$, $1 < |z| < 2$ sowie $2 < |z|$ beschrieben werden.

2. Sei $G \subset \mathbb{C}$ ein isoliertes Gebiet ohne isolierte Randpunkte und sei $S \subset G$ eine Teilmenge die keine Häufungspunkte in G hat. Zeigen Sie dass sich jede biholomorphe Funktion $f : G \setminus S \rightarrow G \setminus S$ zu einer biholomorphen Abbildung $G \rightarrow G$ ergänzen lässt.
3. Sei z_0 eine isolierte Singularität von $f(z)$. Zeigen Sie dass z_0 kein Pol von $e^{f(z)}$ ist.
4. Bestimmen Sie die Automorphismen der komplexen Ebene, d.h. die biholomorphen Abbildungen $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$.

Hinweis: die Beispiele stammen aus Kapitel 4 des Buchs von Jänich. Beachten Sie die dortigen Hinweise zu den Beispielen (sonst sind sie teilweise relativ schwer).