

1. Kommissar  $K$  hat 3 Tatverdächtige:  $P$ ,  $Q$  und  $R$ . Er weiß:

- (a) Wenn sich  $Q$  oder  $R$  als Täter herausstellen, dann ist  $P$  unschuldig.
- (b) Ist aber  $P$  oder  $R$  unschuldig, dann muss  $Q$  ein Täter sein.
- (c) Ist  $R$  schuldig, so ist  $P$  ebenfalls schuldig.

Wer ist Täter, wer nicht?

2. Stellen Sie die Wahrheitstabellen für  $A \wedge \neg B$ ,  $\neg(A \vee \neg B)$ ,  $A \rightarrow (\neg A \vee \neg B)$  auf.

3. Eine Abbildung  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  heißt stetig an der Stelle  $x_0 \in \mathbb{R}$ , falls gilt:

$$\forall \epsilon > 0 \exists \delta_\epsilon > 0 \forall x \in \mathbb{R} \text{ gilt: } (|x - x_0| < \delta_\epsilon \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \epsilon).$$

Formulieren Sie die Aussage:  $f$  ist an der Stelle  $x_0$  nicht stetig.

4. Nehmen wir an, dass wir folgende Lemmas (Hilfssätze) bewiesen haben:

Lemma 1. Aus  $A$  folgt  $C$ .

Lemma 2. Wenn  $B$  nicht gilt, dann muss  $A$  gelten.

Lemma 3. Aus  $B$  folgt  $C$ .

Betrachten Sie folgenden Beweis der Aussage  $C$  unter Benützung dieser Lemmas:

*Beweis:* Wir unterscheiden zwei Fälle:

- Fall I:  $A$  gilt. Wir wenden Lemma 1 an und sind fertig.
- Fall II:  $A$  gilt nicht. In diesem Fall unterscheiden wir zwei Unterfälle:
  - Fall IIa:  $B$  gilt nicht. Dann wenden wir Lemma 2 an und schließen daraus  $A$ , im Widerspruch zur Voraussetzung von Fall II. Daher brauchen wir diesen Fall nicht zu betrachten.
  - Fall IIb:  $B$  gilt. Mit Hilfe von Lemma 3 ergibt sich  $C$ .

(Ende des Beweises)

Ist dieser Beweis gültig? Analysieren Sie die logische Struktur dieses Beweises! Können Sie eine einfachere Struktur für den Beweis von  $C$  finden?

5. Eine Abbildung  $A : X \rightarrow Y$  heißt eindeutig (injektiv), falls

$$\forall x_1, x_2 \in X : (x_1 \neq x_2 \Rightarrow A(x_1) \neq A(x_2)).$$

Wie formuliert man dann die Aussage:  $A$  ist nicht eindeutig?