6. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion: für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{1}{3}n(n+1)(n+2).$$

7. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion: für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt, dass 6 ein Teiler von $n^3 - n$ ist (das heißt, man kann für jedes n den Ausdruck $n^3 - n$ ohne Rest durch 6 dividieren).

8. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle ganzen Zahlen $n \geq 3$ die Beziehung

$$\prod_{k=3}^{n} \left(1 - \frac{2}{k}\right) = \frac{2}{n(n-1)}$$

gilt.

9. Zeigen Sie mit vollständiger Induktion: für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\sum_{k=1}^{2^n - 1} \frac{1}{k} \geq \frac{n}{2}.$$

10. (a) Im Supermarkt gibt es genau drei verschiedene Obstsorten. Sie wollen insgesamt genau n Obststücke kaufen. Der Markt hat von jeder Obstsorte mehr als n Obststücke verfügbar. Wie viele Möglichkeiten gibt es, genau k_1 Stück der ersten Sorte, genau k_2 Stück der zweiten Sorte, und genau $n - k_1 - k_2$ Stück der dritten Sorte auszuwählen? (Dabei soll die Reihenfolge, in der Sie Obststücke derselben Sorte nehmen, egal sein.)

    (b) Finden Sie eine zum binomischen Lehrsatz analoge Formel für den Ausdruck

    $$(x + y + z)^n,$$

    für beliebiges $n \in \mathbb{N}$.