16. Lösen Sie folgende Gleichungen über den komplexen Zahlen. Geben Sie jeweils Real- und Imaginärteil der Lösung an.

    (a) $\dfrac{(1+2i)z+9}{(3+4i)z-(9+4i)} = 8-5i$,

    (b) $z^2 = 3-4i$,

    (c) $z^2 - 7z + (13-i) = 0$,

17. Geben Sie für die nachstehenden Funktionen zu jedem $\epsilon > 0$ ein $\delta > 0$ an, sodass aus $|x - x_0| < \delta$ die Beziehung $|f(x) - f(x_0)| < \epsilon$ folgt.

$$(a)\ f(x) = \frac{1}{x}, \quad D(f) = (0, \infty),$$

$$(b)\ f(x) = \frac{1}{x^2+4}, \quad D(f) = \mathbb{R},$$

18. Überprüfen Sie die folgenden Reihen auf Konvergenz.

    (a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{n}$

    (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(1+i)^n}{n^3}$

    (c) $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3-5i)^n}{n!}$.

19. Beweisen Sie folgende Aussage. Sei f eine stetige Funktion $[a,b] \mapsto [a,b]$, wobei $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$. Dann gibt es eine Zahl $x \in [a,b]$ so dass gilt $f(x) = x$. (Der Punkt x mit dieser Eigenschaft heißt "Fixpunkt" von f, die ganze Aussage heißt "Fixpunktsatz").

20. Verwenden Sie die Definition von sin und cos mithilfe der Exponentialfunktion, um zu zeigen dass für reelle s und t die folgenden Identitäten gelten:

    (a) $\sin(s) - \sin(t) = 2\cos(\frac{s+t}{2})\sin(\frac{s-t}{2})$

    (b) $\sin(s)\cos(t) = \frac{1}{2}(\sin(s+t) + \sin(s-t))$