

41. Prüfen Sie folgende uneigentliche Integrale auf Konvergenz.

(a) $\int_0^{\infty} e^{-t} \sin t \, dt$

(b) $\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{t^4 + 1}} \, dt$

(c) $\int_1^2 \frac{1}{t \ln t} \, dt$

(d) $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt[4]{1-t^4}} \, dt$

42. Berechnen Sie den Wert der folgenden uneigentlichen Integrale.

(a) $\int_0^1 \sqrt{\frac{x}{1-x}} \, dx$, (b) $\int_0^1 \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$, (c) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x\sqrt{x^2+1}} \, dx$.

43. Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der durch Rotation der Kurve $y^2 - x^2 = 1$ ($-1 \leq x \leq 1$, $y > 0$) um die x -Achse entsteht. Wie schaut der Körper aus?

44. Berechnen Sie Oberfläche und Volumen des Körpers, der durch Rotation der Kettenlinie $y = \cosh(x)$ ($-1 \leq x \leq 1$) um die x -Achse entsteht. Wie schaut der Körper aus?

45. Bestimmen Sie die Bogenlänge der Kurve

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} t \\ \frac{2}{3}t^{\frac{3}{2}} \\ \frac{1}{4}t^2 \end{pmatrix}$$

zwischen den Punkten $A = (0, 0, 0)$ und $B = (4, \frac{16}{3}, 4)$.