

# Analysis T1 1. Übungsblatt


①

Aus  $b_j$  folgt, dass mindestens einer der 3 Verdächtigen  $P, Q, R$  Täter sein muss

Ann. I) P ist Täter:

Wegen  $a_j$  sind dann  $Q$  und  $R$  unschuldig

Nach  $b_j$  ist aber  $Q$  Täter

$\Rightarrow Q$  Täter und unschuldig 


Ann. II) Q ist Täter:

nach  $a_j$  ist also  $P$  unschuldig

um keinen Widerspruch mit  $c_j$  zu erzeugen, muss

$R$  ebenfalls unschuldig sein

$\Rightarrow$  wenn  $Q$  Täter ist, sind  $P, R$  unschuldig

Diese These ist widerspruchsfrei 

Ann. III) R ist Täter:

dann ist mit  $c_j$  auch  $P$  Täter  $\Rightarrow$  selber Widerspruch wie bei Ann I.

$\Rightarrow Q$  ist Täter ist einzige Lsg.

(2)

| A | B | $A \wedge \neg B$ | $\neg(A \vee \neg B)$ | $A \rightarrow (\neg A \vee \neg B)$ |
|---|---|-------------------|-----------------------|--------------------------------------|
| w | w | f                 | f                     | f                                    |
| w | f | w                 | f                     | w                                    |
| f | w | f                 | w                     | w                                    |
| f | f | f                 | f                     | w                                    |

w = wahr

f = falsch

(3)

f ist nicht stetig bei  $x_0 \in \mathbb{R}$  falls

$$\exists \epsilon > 0 : \forall \delta > 0 : \exists x \in \mathbb{R} \text{ mit } |x - x_0| < \delta \text{ und } |f(x) - f(x_0)| > \epsilon$$

äquivalent dazu:

$$\exists \epsilon > 0 : \nexists \delta_\epsilon > 0 : \forall x \in \mathbb{R} \text{ gilt } |x - x_0| < \delta_\epsilon \Rightarrow |f(x) - f(x_0)| < \epsilon$$

(4)

I  $A \rightarrow C$

Der Beweis ist gültig!

II  $\neg B \rightarrow A$

III  $B \rightarrow C$

Ein Widerspruchsbeweis erspart die Fallunterscheidung (ob das schöner ist, ist Geschmacksache)

Angen. C gilt nicht  $\stackrel{\text{I}}{\Rightarrow} A$  gilt nicht  $\stackrel{\text{II}}{\Rightarrow} B$  gilt ~~nicht~~  
 $\stackrel{\text{III}}{\Rightarrow} C$  gilt

$\Rightarrow C$  gilt

□

⑤ Eine Abb  $A: X \rightarrow Y$  heißt bijektiv, falls

$$\text{I } \forall x_1, x_2 \in X: x_1 \neq x_2 \Rightarrow A(x_1) \neq A(x_2)$$

und

$$\text{II } \forall y \in Y \exists x \in X: y = A(x)$$

$A$  ist nicht bijektiv, falls

$$\left( \exists x_1, x_2 \in X: x_1 \neq x_2 \text{ und } A(x_1) = A(x_2) \right) \quad \} \text{ I}$$

$\vee$  (oder)

$$\left( \exists y \in Y: \forall x \in X: A(x) \neq y \right) \quad \} \text{ II}$$

d.h. " $\neg \text{I} \vee \neg \text{II}$ "