

Mathematik C Übungen

1. Übungsblatt

1. Berechnen Sie die Länge der Kurve $f(x) = x^{3/2}$ im Bereich $x \in [0, 1]$. (Die Kurve heißt Neilsche Parabel, benannt nach William Neile, der die gesuchte Länge 1657 erstmals berechnete.)
2. Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_{\gamma} x \, dx + y^2 \, dy$, wobei γ entlang einer Kreislinie vom Punkt $(2, 0)$ gegen den Uhrzeigersinn zum Punkt $(-2, 0)$ läuft.
3. Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_{\gamma} (x^2 - y) \, dx + 2y \, dy$$

entlang einer Kurve, die zunächst auf direktem Weg von $(0, 0)$ nach $(1, 0)$ und dann auf direktem Weg weiter nach $(2, 1)$ läuft.

4. Berechnen Sie das Kurvenintegral über das Vektorfeld $\begin{pmatrix} 2xy - x^2 \\ x + y^2 \end{pmatrix}$ entlang der Kurve $\gamma : \begin{pmatrix} t^2 \\ t \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$, vom Punkt $(0, 0)$ bis zum Punkt $(1, 1)$. Berechnen Sie dasselbe Kurvenintegral entlang der Kurve $\eta : \begin{pmatrix} t \\ t \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}$, ebenfalls vom Punkt $(0, 0)$ bis zum Punkt $(1, 1)$. Ist das Feld ein Gradientenfeld?
5. Überprüfen Sie den Satz von Green–Riemann für das Vektorfeld $\vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} xy^2 \\ 2y - x \end{pmatrix}$ und für den Bereich B , wobei B eine Kreisscheibe mit Mittelpunkt im Ursprung und mit Radius 2 ist.
6. Überprüfen Sie den Satz von Green–Riemann für das Vektorfeld $\vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} e^x + y \\ e^x \end{pmatrix}$ und für den dreieckigen Bereich

$$B = \{0 \leq y \leq x \leq 1\}.$$