

Mathematik C Übungen

9. Übungsblatt

1. Verifizieren den Satz von Stokes für das Vektorfeld

$$\vec{K}(x, y, z) = \begin{pmatrix} -y^3 \\ x^3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

und für die Oberfläche jener Halbkugel, die durch die Gleichungen $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ und $z \geq 0$ definiert ist. Verwenden Sie die Formel $(\sin x)^4 + (\cos x)^4 = 3/4 + (\cos 4x)/4$.

2. Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_{\mathcal{C}} x - z \, dx - xz \, dy + y^2 \, dz$ entlang der positiv orientierten Schnittkurve des Zylinders $x^2 + y^2 = 9$ mit der Ebene $z = 2$. Verwenden Sie den Satz von Stokes, und schreiben Sie \mathcal{C} als Randkurve einer passenden Fläche.

3. Verifizieren Sie den Satz von Stokes für das Vektorfeld

$$\vec{K}(x, y, z) = \begin{pmatrix} yz \\ -xz \\ z \end{pmatrix},$$

und für den Zylindermantel

$$\mathcal{S} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 = 1, 0 \leq z \leq 2\}.$$

4. ¹ Verifizieren Sie den Satz von Gauss für das Vektorfeld

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 3x^2 \\ 2y \\ 3 \end{pmatrix},$$

und für den Quader mit den Grenzen $0 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$, $-2 \leq z \leq 1$.

5. Verifizieren Sie den Satz von Gauß für das Vektorfeld

$$\vec{K}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ x + y + z \end{pmatrix},$$

und für die Randfläche der drei-dimensionalen Einheitskugel

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 \leq 1\}.$$

¹Prüfungsbeispiel von der Vorlesungsprüfung am 4.12.2018.