

Differentialgleichungen VU Übungen

6. Übungsblatt für die Übung am 22.11.2019

1. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung

$$y''' - 2y'' - 5y' + 6y = 0,$$

indem Sie

- diese Gleichung 3. Ordnung in ein System von 3 Differentialgleichungen 1. Ordnung umschreiben (so wie auf S. 39 im Skriptum),
 - dieses System lösen, und
 - daraus dann die Lösung der ursprünglichen Gleichung ablesen.
2. Lösen Sie folgendes System von Differentialgleichungen:

$$\vec{y}'(x) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \vec{y}(x) + \begin{pmatrix} 3x \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

3. Lösen Sie folgendes System von Differentialgleichungen:

$$\vec{y}'(x) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix} \vec{y}(x) + \begin{pmatrix} 0 \\ 4e^x \end{pmatrix}, \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

4. Lösen Sie folgendes System von Differentialgleichungen:

$$\vec{y}'(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \vec{y}(x) + \begin{pmatrix} 2 \\ e^{3x} \end{pmatrix}, \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

5. Lösen Sie folgendes System von Differentialgleichungen:

$$\vec{y}'(x) = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \vec{y}(x), \quad \vec{y}(0) = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Hinweis: In diesem Beispiel gibt es einen doppelten Eigenwert, aber nur einen dazugehörigen Eigenvektor. Es liegt also "innere Resonanz" vor, und wir haben in der VO nicht gelernt wie man das Problem in diesem Fall löst. Um eine Lösung zu finden, machen Sie den Ansatz $\vec{y}(x) = \vec{v}_1 e^{\lambda x} + \vec{v}_2 x e^{\lambda x}$, und bestimmen Sie die passenden Vektoren \vec{v}_1 und \vec{v}_2 .