# Differentialgleichungen VU Übungen

7. Übungsblatt für die Übung am 6.12.2019

---

1. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des folgenden Systems von Differenzialgleichungen.

$$\vec{y}\,'(x) = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 2 & 7 \end{pmatrix} \vec{y}(x).$$

   Untersuchen Sie das System auf Stabilität, und machen Sie eine möglich exakte Skizze der Lösungskurven (in Abhängigkeit vom Startpunkt).

2. Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des folgenden Systems von Differenzialgleichungen.

$$\vec{y}\,'(x) = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 2 & -4 \end{pmatrix} \vec{y}(x).$$

   Untersuchen Sie das System auf Stabilität, und machen Sie eine möglich exakte Skizze der Lösungskurven (in Abhängigkeit vom Startpunkt).

3. Bestimmen Sie alle (drei) Ruhelagen des folgenden Systems. Untersuchen Sie alle Ruhelagen auf Stabilität. Dabei sind $a, b$ fixe Zahlen aus $\mathbb{R}\backslash\{0\}$.

$$\begin{aligned} y_1' &= ay_1 - y_1^2 - y_1 y_2. \\ y_2' &= by_2 - y_2^2 - y_1 y_2. \end{aligned}$$

   (Nur mithilfe von Eigenwerten, keine Lyapunovschen Energiefunktionen).

4. Bestimmen Sie die Rücktransformation der folgenden Laplace-Transformierten (mittels Partialbruchzerlegung).

$$a) \quad F(s) = \frac{4s^2 + 16s + 36}{s^3 + 4s^2 - 7s - 10}, \qquad b) \quad F(s) = \frac{6s^2 + 3s + 1}{s^3 - s^2 - 5s - 3}.$$

   Hinweis: in beiden Fällen hat das Polynom im Nenner eine Nullstelle bei $s = -1$.

5. Bestimmen Sie die Rücktransformation der folgenden Laplace-Transformierten (wahlweise mittels quadratischem Ergänzen oder mittels komplexer Partialbruchzerlegung).

$$a) \quad F(s) = \frac{2}{s^2 + 6s + 13}, \qquad b) \quad F(s) = \frac{s - 1}{s^2 - 8s + 25}.$$

   Achtung: die Lösung soll keine komplexen Exponentialfunktionen (sondern nur cos bzw. sin) enthalten.