

Differentialgleichungen VU Übungen

8. Übungsblatt für die Übung am 13.12.2019

1. Lösen Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation folgendes Anfangswertproblem. Machen Sie eine Probe.

$$y''(t) + 9y(t) = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 6.$$

2. Lösen Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation folgendes Anfangswertproblem. Machen Sie eine Probe.

$$y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 4, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -1.$$

3. Lösen Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation folgendes Problem. Machen Sie eine Probe.

$$y'(t) + y(t) = 2t, \quad y(2) = 2.$$

(Achtung: Hier ist nicht wie üblich der Anfangswert $y(0)$ gegeben, sondern $y(2)$. Das können Sie in die Laplace-Transformation nicht direkt einsetzen. Sie müssen $y(0) = a$ für eine zunächst unbekannte Konstante a ansetzen, dann die Laplace-Methode machen, und ganz zum Schluss den passenden Wert von a ausrechnen.)

4. Lösen Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation folgendes Anfangswertproblem. Zeichnen Sie die Lösungsfunktion im Bereich $0 \leq t \leq 2$. Was könnte die Differentialgleichung modellieren?

$$y''(t) = -\delta_1(t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

Für jene die nicht in der Vorlesung waren: hier bezeichnet $\delta_a(t)$ die Dirac Delta-Distribution mit Index a , mit der man einen Einheitsimpuls zur Zeit a modelliert. Die Laplace-Transformierte von $\delta_a(t)$ ist e^{-as} . Die Dirac-Distribution ist, anschaulich gesprochen, eine Art Ableitung (“distributive Ableitung”) der Heaviside-Funktion.

5. Lösen Sie mit Hilfe der Laplace-Transformation folgendes Anfangswertproblem. Zeichnen Sie die Lösungsfunktion im Bereich $0 \leq t \leq 8\pi$. Was könnte die Differentialgleichung modellieren?

$$y''(t) + 4y(t) = -\delta_{2\pi}(t) + 2\delta_{4\pi}(t), \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$