

Mathematik C Übungen

1. Übungsblatt

1. Machen Sie jeweils eine Skizze der Vektorfelder $\vec{v}_1(\vec{x}) = \begin{pmatrix} y \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_2(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ y \end{pmatrix}$ und $\vec{v}_3(\vec{x}) = \begin{pmatrix} x - y \\ y^2 \end{pmatrix}$. Was meinen Sie, sind die Vektorfelder wegunabhängig?

2. Berechnen Sie die Bogenlänge der Kurve mit $x(t) = t - \sin t$ und $y(t) = 1 - \cos t$ im Bereich $t = 0, \dots, 2\pi$. Die Kurve heißt *Zykloide*, schauen Sie in Wikipedia nach was das ist und machen Sie eine Skizze wie die Kurve entsteht.

3. Berechnen Sie das Kurvenintegral

$$\int_{\gamma} (x - y^2) dx + (1 + 2y) dy$$

entlang einer Kurve, die zunächst auf direktem Weg von $(0, 0)$ nach $(2, 1)$ und dann auf direktem Weg weiter nach $(3, 3)$ läuft. Machen Sie eine Skizze.

4. Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_{\gamma} (x + y) dx + y^2 dy$, wobei γ entlang einer Kreislinie vom Punkt $(4, 0)$ gegen den Uhrzeigersinn zum Punkt $(-4, 0)$ läuft. Mittelpunkt des Kreises ist $(0, 0)$.

5. Zeigen Sie dass das Vektorfeld $\vec{v}(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 0 \\ x \end{pmatrix}$ *nicht* wegunabhängig ist, indem Sie das Kurvenintegral von $(0, 0)$ nach $(1, 0)$ entlang zweier verschiedener Wege ausrechnen, und nicht dasselbe rauskommt. Machen Sie eine Skizze.¹

¹Es gibt natürlich mehrere Möglichkeiten das Beispiel zu lösen.