

Mathematik C Übungen

6. Übungsblatt

1. Bestimmen Sie die Laplace-Transformierte der folgenden Funktionen.

$$\begin{array}{ll} a) & f(x) = x^2 + 2x + 1, \\ c) & f(x) = (\cos x)^2, \end{array} \quad \begin{array}{ll} b) & f(x) = e^{2x} \sin(3x), \\ d) & f(x) = x \sin x. \end{array}$$

Lösungsmöglichkeit für c): in komplexe Exponentialfunktionen umwandeln. Lösungsmöglichkeit für d): Betrachten Sie auch die Funktion $f''(x)$.

2. Bestimmen Sie die Rücktransformation der folgenden Laplace-Transformierten (mittels Partialbruchzerlegung).

$$a) \quad F(s) = \frac{4s^2 + 16s + 36}{s^3 + 4s^2 - 7s - 10}, \quad b) \quad F(s) = \frac{6s^2 + 3s + 1}{s^3 - s^2 - 5s - 3}.$$

Hinweis: in beiden Fällen hat das Polynom im Nenner eine Nullstelle bei $s = -1$.

3. Bestimmen Sie die Rücktransformation der folgenden Laplace-Transformierten (wahlweise mittels quadratischem Ergänzen oder mittels komplexer Partialbruchzerlegung).

$$a) \quad F(s) = \frac{2}{s^2 + 6s + 13}, \quad b) \quad F(s) = \frac{s - 4}{s^2 - 8s + 25}.$$

Achtung: die Lösung soll keine komplexen Exponentialfunktionen (sondern nur \cos bzw. \sin) enthalten.

4. Bestimmen Sie die Lösung des folgenden Anfangswertproblems, mittels Laplace-Transformation. Machen Sie eine Probe.

$$y'(x) = y(x) + 2, \quad y(0) = 1.$$

5. Bestimmen Sie die Lösung des folgenden Anfangswertproblems, mittels Laplace-Transformation. Machen Sie eine Probe.

$$y''(x) = -2, \quad y(0) = -1, \quad y'(0) = -1.$$