11. Zeigen Sie, dass es keine surjektive Abbildung von einer Menge M in ihre Potenzmenge $\mathcal{P}(M)$ geben kann.

    Hinweis: Sei $f : M \to \mathcal{P}(M)$. Betrachten Sie die Menge $\{m \in M \mid m \notin f(m)\}$.

12. Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=1}^{n} (-1)^{k-1} k = \frac{1}{4} \left(1 + (-1)^{n-1}(2n+1)\right).$$

13. Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{(3k-1)(3k+2)} = \frac{n}{6n+4}.$$

    Zusatz: Wie könnte der Term auf der rechten Seite gefunden werden?

14. Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}$:

$$\frac{n}{6} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{3} \qquad \text{ist eine natürliche Zahl.}$$

15. Zeigen Sie für alle $n \in \mathbb{N}_0$ und alle reellen $\alpha \neq 0, -1, -2, \ldots$:

$$\frac{1}{\alpha} + \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} \frac{(-1)^k}{k+\alpha} = \frac{1}{\alpha} \prod_{k=1}^{n} \frac{k}{k+\alpha}.$$

    Hinweis: Ist $n < m$, so gilt die Konvention $\sum_{k=m}^{n} a_k = 0$ und $\prod_{k=m}^{n} a_k = 1$.