

Kurztest-Aufgaben

Thema des Kurztests sind Beweise mittels vollständiger Induktion.

Zeigen Sie mittels vollständiger Induktion folgende Identitäten / Aussagen:

- (a) $\forall n \in \mathbb{N} : \sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2},$
- (b) $\forall n \in \mathbb{N} : \sum_{k=0}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},$
- (c) $\forall n \in \mathbb{N} : \forall x, y \in \mathbb{R} : 0 \leq x < y \Rightarrow 0 \leq x^n \leq y^n,$
- (d) $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{2, 3, 4\} : 2^n > n^2,$
- (e) $\forall n \in \mathbb{N} : 5^n - 1$ ist durch 4 teilbar,
- (f) $\forall n \in \mathbb{N} : \forall x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0 : \prod_{k=1}^n (1 + x_k) \geq 1 + \sum_{k=1}^n x_k.$

Für den Kurztest werden Sie ggf. den Binomischen Lehrsatz, die quadratische Lösungsformel (für Faktorisierungen), Rechnen mit Gleichungen und Ungleichungen, und die Methode der vollständigen Induktion benötigen.

Sie können selbst die Aufgaben variieren und somit eigene Übungsaufgaben erstellen.

Der Kurztest wird sich an diesen Aufgaben orientieren.