

1. Beweisen Sie mit Hilfe von Wahrheitstafeln die folgenden Äquivalenzen

$$(a) a \rightarrow b \Leftrightarrow \neg a \vee b$$

$$(b) \neg(a \rightarrow b) \Leftrightarrow \neg(\neg a \vee b) \Leftrightarrow a \wedge \neg b$$

2. Kommissar M. hat 3 Tatverdächtige: P , Q und R . Er ermittelt:

(a) Wenn sich Q oder R als Täter herausstellen, dann ist P unschuldig.

(b) Ist aber P oder R unschuldig, dann muss Q ein Täter sein.

(c) Ist R schuldig, so ist P Mittäter.

Wer ist Täter?

3. Es sei A eine Teilmenge der reellen Zahlen und \cdot die übliche Multiplikation. Gegeben sei folgende Aussage:

$$\exists e \in A \forall x \in A \exists y \in A : x \cdot y = e.$$

Geben Sie einen Ausdruck für die logische Verneinung dieser Aussage.

4. Es seien A und B Teilmengen einer Menge X . Dann schreibt man

$$A^c = X \setminus A = \{x \in X : x \notin A\}$$

für das Komplement von A (bezüglich X). Zeigen Sie die *de Morgan'schen Gesetze*

$$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c, \quad (A \cap B)^c = A^c \cup B^c.$$

Hinweis: Zwei Mengen X und Y sind gleich, wenn folgendes gilt: x ist in X genau dann, wenn x in Y ist (d.h., $x \in X \Leftrightarrow x \in Y$).

5. Welche der folgenden Aussagen sind allgemeingültig? Geben Sie für wahre Aussagen einen Beweis und zu falschen Aussagen ein Gegenbeispiel an.

$$(a) (A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \cup C),$$

$$(b) (A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus B,$$

$$(c) (A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \setminus C),$$

$$(d) (A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C).$$

Sonstiges.

Dieses Übungsblatt fließt nicht in die Benotung ein. Sehr wohl wird die Behandlung der Beispiele empfohlen.

Die Übungswebseite ist zu erreichen unter

<https://www.math.tugraz.at/~brauchart/Analysis1/Analysis1-W20/>