

15. Zeigen Sie, für alle  $n \in \mathbb{N}_0$  und alle positiven reellen Zahlen gilt folgende Ungleichung:

$$x^n + \frac{n}{x} \geq n + 1.$$

16. Zeigen Sie für alle positiven reellen Zahlen  $x_1, \dots, x_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , die folgende Ungleichung:

$$\left( \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k \right) \left( \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \frac{1}{x_k} \right) \geq 1.$$

17. Lösen Sie folgende Ungleichung in  $\mathbb{R}$ :

$$\frac{x+2}{x+3} > \frac{x-1}{x-5} - 1.$$

18. Bestimmen Sie die Lösungsmenge folgender Ungleichung:

$$|x^2 - 3| + |x + 3| \geq |x + 5|.$$

19. Zeigen Sie, dass die Intervalle

$$I_n := \left[ \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+k}, \sum_{k=0}^n \frac{1}{n+k} \right], \quad n \in \mathbb{N},$$

eine Intervallschachtelung bilden.