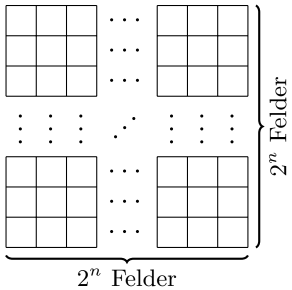
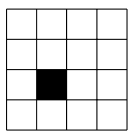
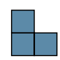
ANALYSIS 1: EINE ZUSATZAUFGABE

Beschreibung der Spielregeln. Für $n \in \mathbb{N}_0$ sei ein schachbrettartiges Spielfeld gegeben, welches in horizontaler und vertikaler Richtung jeweils 2^n Felder besitzt:

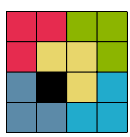


Ferner sei *genau eines* der $2^n \times 2^n$ Felder entfernt (im Folgenden stets schwarz unterlegt). Für $n = 2$ könnte die Situation beispielsweise so aussehen:

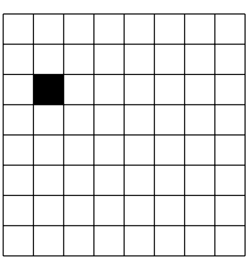
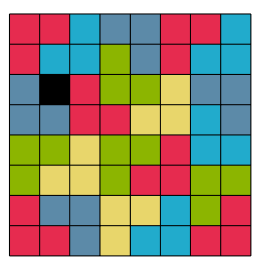
($\star$)  .

Im Folgenden sollen die so erhaltenen Felder durch Bausteine der Form , sowie rotierte Varianten davon, *parkettiert* werden (also so bedeckt werden, dass sich keine zwei verschiedenen Bausteine überlappen, und jedes bis auf das schwarze Feld mit Bausteinen verdeckt wird; die Bausteine sollen dabei natürlich auch nur „passend“ auf den Feldern platziert werden).

Beispiele. Das Spielfeld aus ($\star$) lässt sich wie folgt parkettieren:

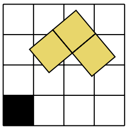
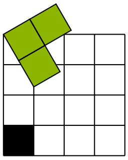
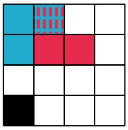
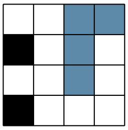
 ,

und das Spielfeld

 parkettiert sich z.B. so:  .

Date: 2020-10-08.

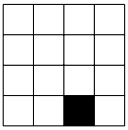
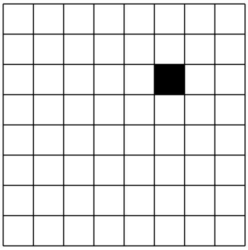
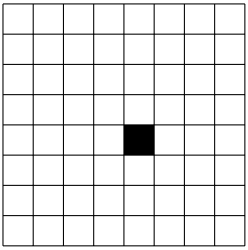
Negativ-Beispiele. Nicht erlaubt sind die folgenden Situationen:

(a) , (b) , (c) , (d) .

[(a): Baustein nicht „passend“ auf dem Feld platziert. (b): Was auch immer das darstellen soll. (c): Das Überlagern zweier Bausteine ist auch nicht erlaubt. (d): Falscher Baustein und auch zu viele Felder entfernt (schwarz).]

Aufgabenstellung.

(1) Parkettieren Sie die drei Spielfelder

,  und .

(2) Falls Sie anhand der vorherigen Teilaufgabe noch keine systematische Lösungsstrategie entwickelt haben, denken Sie sich noch ein 8×8-Spielfeld aus, streichen Sie ein Feld weg, und parkettieren Sie auch noch das so entstandene Feld. (Falls Ihnen langweilig ist, können Sie auch in Erwägung ziehen ein 16×16-Feld zu betrachten.)

(3) Beweisen Sie, dass sich *jedes* gemäß der oben gegebenen Beschreibung konstruierte Spielfeld parkettieren lässt.
(*Hinweis:* Man kann hier mittels vollständiger Induktion argumentieren.)