29. Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine 2π-periodische Funktion, die fast überall differenzierbar ist (die Ableitung ist eine Regelfunktion). Dann konvergiert die Fourier-Reihe von f gleichmässig auf $\mathbb{R}$.

    Hinweis: Finden Sie eine Relation zwischen den Fourier-Koeffizienten von f und denen von f'. Verwenden Sie dann die Cauchy-Schwarz Ungleichung.

30. Man entwickle die Funktion $f(x) = (x^2 - \pi^2)^2,\ -\pi < x < \pi,\ f(x \pm 2\pi) = f(x)$, in eine Fourierreihe und bestimme die Summe der Reihe $s = 1 - \frac{1}{2^4} + \frac{1}{3^4} - \frac{1}{4^4} \pm \cdots$

31. Leiten Sie die Formeln für die Fourier-Reihenentwicklung einer $2T$-periodischen Funktion her. Wie lautet die Parsevalsche Identität?

32. Bestimmen Sie die Fourier-Reihendarstellung der $2T$-periodischen pulsweitenmodulierten Rechteckschwingung: für $0 < \tau < 2T$,

$$f(x) = f(\tau; x) := \begin{cases} 1 & 0 < x \leq \tau \\ 0 & \tau < x \leq 2T \end{cases}, \qquad 0 \leq x \leq 2T.$$

    Werten Sie die Fourier-Reihe in den Stellen $x = 0, \tau, T, 2T$ aus. Konvergenzbetrachtung. Bestimmen Sie den Klirrfaktor in Abhängigkeit von der Pulsweite τ.

33. Bestimmen Sie die Fourier-Reihendarstellung der $2T$-periodischen Dreiecksschwingung mit variabler Flankensteilheit: für $0 < \tau < 2T$,

$$f(x) = f(\tau; x) := \begin{cases} \dfrac{x}{\tau} & 0 \leq x \leq \tau \\ \dfrac{x - 2T}{\tau - 2T} & \tau \leq x \leq 2T \end{cases}, \qquad 0 \leq x \leq 2T.$$

    Werten Sie die Fourier-Reihe in den Stellen $x = 0, \tau, T, 2T$ aus. Was passiert im Grenzübergang $\tau \to 0$ bzw. $\tau \to 2T$? Konvergenzbetrachtung.

    Bestimmen Sie den Klirrfaktor[1] in Abhängigkeit von $1/\tau$.

[1] Der Klirrfaktor ist durch $\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} c_n^2 / \sum_{n=1}^{\infty} c_n^2}$, wobei $c_n^2 = a_n^2 + b_n^2$ und a_n bzw. b_n die Fourierkoeffizienten sind, definiert.