1. Es sei $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ zweimal stetig differenzierbar. Es sei $U(r,\varphi) = f(x,y)$ mit $x = r\cos\varphi, y = r\sin\varphi$. Drücken Sie $U_r, U_\varphi, U_{rr}, U_{r\varphi}, U_{\varphi\varphi}$ durch f bzw. Ableitungen von f aus. Drücken Sie $f_x, f_y, f_{xx} + f_{yy}$ durch U bzw. Ableitungen von U aus.

2. Zeigen Sie:
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0 \quad \text{für} \quad f(x,y,z) = \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \qquad (x,y,z) \neq (0,0,0).$$

3. Bestimmen Sie die Extremwerte der Funktion $f(x,y,z) = z$ unter den Nebenbedingungen $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 8z = 0$ und $x + y + z = 0$. Wie sieht die durch die Nebenbedingungen beschriebene Teilmenge des $\mathbb{R}^3$ aus?

4. Berechnen Sie die folgenden bestimmten Integrale (Hinweis: $\sin(x)^2 + \cos(x)^2 = 1$ und partielle Integration):
   (a) $\int_0^\pi (\sin(x))^3 \, dx$
   (b) $\int_0^\pi \sin^3(x)\cos^7(x) \, dx$
   (c) $\int_0^\pi \sin^4(x) \, dx$.

5. Berechnen Sie die Summen
   (a) $\sum_{k=1}^{n} \cos(2k-1)x$
   (b) $\sum_{k=1}^{n} \sin(2k-1)x$,

   indem Sie die Formel $e^{ix} = \cos x + i \sin x$ verwenden.

Sonstiges.

Das Webinterface zum Ankreuzsystem ist zu erreichen unter
`https://www.math.tugraz.at/onlinekreuze/onlinekreuze.phtml?lv=501455s15`
Ankreuzschluß: 13:30.

Die Vorlesungswebseite ist zu erreichen unter
`http://www.math.tugraz.at/~elsholtz/WWW/lectures/ss15/analysisT2/vorlesung.html`