

6. Berechnen Sie die folgenden Integrale $\iint_B f(x, y) \, dx dy$, wobei

- (a) $f(x, y) = x^2 y$ und B ist das Dreieck mit den Ecken $(0, 1)$, $(0, -1)$ und $(100, 0)$;
- (b) $f(x, y) = x^2 y^2$ und B ist das Innere einer Ellipse mit Hauptachsen a und b in Hauptlage;
- (c) $f(x, y) = (x + y)^2$ und $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 2\}$;

7. Betrachten Sie den Bereich B , der begrenzt wird durch die Kurven

$$y - x = 2, \quad y - x = -2 \quad \text{und} \quad (4x + y)^2 - (y - x)^2 = -1.$$

- (a) Verwenden Sie die Substitution $u = 4x + y$ und $v = y - x$. Bestimmen Sie die Jacobische Determinante $\det \left(\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} \right)$.¹ Skizzieren Sie den Bereich B^* nach erfolgter Transformation.
- (b) Berechnen Sie die Fläche von B unter Benützung von (a).

8. Betrachten Sie das folgende Integral in Polarkoordinaten:

$$I := \int_0^{\pi/4} \int_0^{\sin \varphi} r^2 \, dr d\varphi.$$

- (a) Skizzieren Sie den Integrationsbereich.
- (b) Berechnen Sie I . (**Bonus:** Interpretieren Sie das Integral.)
- (c) Schreiben Sie das Integral in Kartesische Koordinaten um. Dann vertauschen Sie die Integrationsreihenfolge.

9. Der Bereich B ist begrenzt durch die Flächen

$$x^2 + y^2 = 4, \quad z = 1 \quad \text{und} \quad 3x + 2y + z = 9.$$

- (a) Skizzieren Sie B (in 3D bzw. geeignete Schnitte in 2D).
- (b) Bestimmen Sie das Volumen von B .

¹Achtung: "Neue" Variablen u, v sind durch "alte" Variablen x, y ausgedrückt.