24. Es sei $f(x) = \pi - x$ für $0 < x < \pi$. Diese Funktion werde zu einer auf $[-\pi, \pi]$ ungeraden Funktion vervollständigt (d.h., $f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in [-\pi, \pi]$) und dann 2π-periodisch fortgesetzt (d.h., $f(x + 2\pi) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$).

    (a) Skizzieren Sie die so gewonnene Funktion für $-2\pi \le x \le \pi$.

    (b) Bestimmen Sie die Fourier-Reihe $F(x)$.

    (c) Untersuchen Sie, an welchen Stellen $f(x) = F(x)$ gilt.
    Hinweis: Unstetigkeitsstellen von f beachten.

    (d) Benützen Sie diese Fourier-Reihe, um $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{2k+1}$ zu berechnen, indem Sie einen geeigneten Wert für x einsetzen. *(Wie heisst diese Reihe?)*

    (e) Benützen Sie die Parsevalgleichung, um $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$ zu berechnen.

25. Entwickeln Sie die Funktion f, gegeben durch $f(x) = x^2 - x + \frac{1}{6}$ für $0 \le x \le 1$ und 1-periodisch fortgesetzt (d.h., $f(x + 1) = f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$), in eine Fourierreihe.

    Skizzieren Sie diese Funktion für $-1 \le x \le 3/2$.

26. **(Rechteckschwingung)** Berechnen Sie die Fourierentwicklung der folgenden 2π-periodischen stückweise definierten Funktion:

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{für } 0 \le x < \pi, \\ -1 & \text{für } \pi \le x < 2\pi, \end{cases} \qquad f(x + 2\pi) = f(x).$$

    Skizzieren Sie ausserdem diese Funktion und deren Approximation durch die ersten Partialsummen der Fourierreihe (bis inklusive Terme fünffacher Grundfrequenz). Untersuchen Sie, was an den Sprungstellen von f passiert.

27. Lösen Sie die Schwingungsgleichung

$$u_{xx} = 4u_{tt}$$

    mit den Anfangsbedingungen

$$u(x, 0) = \begin{cases} x/2 & \text{für } 0 \le x \le 2\pi, \\ 3\pi - x & \text{für } 2\pi \le x \le 3\pi, \end{cases} \qquad (\textbf{Anfangsauslenkung})$$

$$u_t(x, 0) = \sin(x) + \sin(3x), \qquad 0 \le x \le 3\pi, \qquad (\textbf{Anfangsgeschwindigkeit})$$

    und den Randbedingungen

$$u(0, t) = 0, \qquad t \ge 0,$$
$$u(3\pi, t) = 0, \qquad t \ge 0.$$

Bitte Umblättern

28. **(Einweg-gleichgerichteter Sinus)** Es sei $U(x)$ die 2π-periodische Spannung $\sin x$ mit unterdrücktem negativen Anteil (d.h., $U(x) = 0$ für $\sin x \leq 0$). Berechnen Sie

   (a) den Gleichspannungswert $\overline{U} = \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} U(x)\,dx = a_0/2$ und

   (b) den Klirrfaktor $\sqrt{\sum_{n=2}^{\infty} c_n^2 \Big/ \sum_{n=1}^{\infty} c_n^2}$, wobei $c_n^2 = a_n^2 + b_n^2$ für $n \in \mathbb{N}$ und a_n bzw. b_n die Koeffizienten der Fourierentwicklung von U sind. *Hinweis: Benutzen Sie die Parsevalgleichung. Berechnen Sie nur die benötigten Fourierkoeffizienten.*

Verschiedenes:

- **Keine Übung am 30.04.2015.**
- **Klausur am 04.05.2015. Bitte anmelden.**
  - **Klausurstoff: Kapitel 1 und 2 im VO-Skriptum bzw. Übungsblätter 1 – 5.**
  - **Erlaubt sind schriftliche Unterlagen, aber keine elektronischen Geräte (d.h., auch keine Taschenrechner, usw.).**