29. Bestimmen Sie die Fourier-Transformierten der folgenden Funktionen:

$$\text{(a)} \quad f(x) = e^{-2|x+1|}, \qquad \text{(b)} \quad f(x) = \max\{0, 1 - x^2\}.$$

30. Bestimmen Sie die Konvergenzradien der folgenden Potenzreihen:

$$\text{(a)} \quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(3n)^n}{n!} z^n, \qquad \text{(b)} \quad \sum_{n=0}^{\infty} z^{n^2}, \qquad \text{(c)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^3}.$$

31. Bestimmen Sie alle Nullstellen der Funktion

$$\cosh(z) + 1.$$

Hinweis: Finden Sie den Real- und den Imaginärteil dieser Funktion.

32. Untersuchen Sie, ob die komplexe Funktion $\sin(z)$ entlang der Geraden $z = x + ci\,x$, $c \in \mathbb{R}$, beschränkt bleibt.

33. Zeigen Sie: Die komplexe Exponentialfunktion e^z hat keine Nullstellen und die Gleichung $w = e^z$ ist für alle von 0 verschiedenen komplexen Zahlen w lösbar.

Zusatz (freiwillig): Zeigen Sie, dass die Funktion e^z den Fundamentalstreifen

$$\{z^{x+iy} : x \in \mathbb{R}, -\pi < y < \pi\}$$

eins-zu-eins auf die geschlitzte komplexe w-Ebene

$$\{w \in \mathbb{C} : |w| > 0, |\arg(w)| < \pi\}$$

abbildet (Skizze und Interpretation).

34. Zeigen Sie, dass die Funktionen $\overline{z}$, $\mathrm{Re}(z)$ und $|z|$ nirgends in $\mathbb{C}$ komplex differenzierbar sind. Verwenden Sie für jedes Beispiel eine andere Methoden.

35. Es sei $u = e^x\,(x\cos(y) - y\sin(y))$ der Realteil einer auf ganz $\mathbb{C}$ komplex differenzierbaren Funktion f, wobei $f(0) = 0$ gelten soll. Bestimmen Sie den Imaginärteil v dieser Funktion und zeigen Sie, dass $f(z) = z\,e^z$ gilt.

36. Geben Sie alle(!) komplexen Werte von i^i und 1^{2i} an.

Verschiedenes:

- **Klausureinsicht voraussichtlich am Dienstag dem 12. Mai.**
- **Wegen Feiertag und darauffolgendem Rektorstag ist die nächste Übung am 21. Mai. Deshalb gibt es mehr Beispiele als sonst üblich. In der Übung wird eine Auswahl davon bearbeitet.**