

## Übungsblatt 09

**Aufgabe 09-1** Beispiel 61a in der Übungsbeispielsammlung.

**Aufgabe 09-2** Es ist bekannt, dass die Abbildung  $F : \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}$  linear ist und

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \xrightarrow{F} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

(a) Bestimmen Sie, falls möglich, das Bild  $F(\mathbf{A})$  von  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix}$ .

**Zusatz:** Welche  $2 \times 2$  Matrizen haben ein Bild unter (1)?

(b) Bestimmen Sie, falls möglich, ein Urbild  $F^{-1}(\mathbf{I})$  von  $\mathbf{I} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ; d.h. mindestens eine Matrix, falls möglich, die unter den gegebenen Informationen (1) zu  $F$  auf  $\mathbf{I}$  abgebildet werden.

**Zusatz:** Welche  $2 \times 2$  Matrizen haben ein Urbild unter (1)?

(c) Vervollständigen Sie (1) so, dass eine lineare Abbildung  $F^*$  entsteht, die jeder reellen  $2 \times 2$ -Matrix ein Bild zuordnet. Bestimmen Sie Kern und Bild dieser Abbildung. Geben Sie die darstellende Matrix bzgl. kanonischer Basen an.

Sonst: Testnachbereitung in der Übung.