

Übungsblatt 10

Aufgabe 10-1 Beispiel 74c in der Übungsbeispielsammlung.

Aufgabe 10-2 Beispiel 75 in der Übungsbeispielsammlung.

Aufgabe 10-3

- (a) Zeigen Sie, dass die charakteristische Gleichung einer 2×2 -Matrix $\mathbf{A}$ stets wie

$$\lambda^2 - \text{Spur}(\mathbf{A}) \lambda + \det(\mathbf{A}) = 0$$

aussieht, wobei die Spur einer quadratischen Matrix die Summe der Haupt-
Diagonalelemente ist.

- (b) Erklären Sie, was die *algebraische* und was die *geometrische* Vielfachheit ist.

- (c) Die folgende Matrix hängt von einem reellen Parameter a ab:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & a+1 \end{pmatrix}.$$

- (i) Bestimmen Sie die Eigenwerte und zugehörige Eigenräume von $\mathbf{A}$ sowie algebraische und geometrische Vielfachheit in Abhängigkeit von a .
- (ii) Für welche Werte von a ist die Matrix $\mathbf{A}$ diagonalisierbar. Bestimmen Sie die Transformationsmatrix $\mathbf{S}$ in solchen Fällen so, dass $\mathbf{S}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{S}$ diagonal.